

# **Análise Estocástica da Robustez de Estruturas Porticadas em Madeira**

Miguel Ângelo Guerra Amorim

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências  
Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para  
obtenção do grau Mestre em Engenharia Civil –  
– Perfil de Estruturas

Orientador: Doutor Luís Armando Canhoto Neves

## **Júri:**

Presidente: Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra

Vogais: Doutor Jorge Manuel Gonçalves Branco

Doutor Luís Armando Canhoto Neves

**Lisboa**

**2010**



# Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Professor Luís Neves, por me dar a oportunidade de escrever esta dissertação e pela partilha de conhecimentos e experiências que foram de extrema importância para o desenvolvimento deste trabalho. Gostaria de agradecer também todo o tempo dispendido com as minhas dúvidas e, fundamentalmente, o apoio e orientação que foram um factor chave para terminar este trabalho com a qualidade desejada.

Quero deixar presente, também, o meu agradecimento aos membros do júri, pelo tempo que despenderam a analisar e avaliar o meu trabalho, que permitiram melhorar o trabalho desenvolvido através das reformulações sugeridas.

A elaboração desta dissertação contou com a colaboração de algumas pessoas que, indirectamente, tornaram possível a sua concretização. Assim sendo, um especial agradecimento ao meu grupo de amigos da FCT, pela infindável compreensão e apoio.

À Sara Duarte o meu profundo agradecimento pela paciência, compreensão e ajuda que prestou durante todo o período de desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, mas não menos importante gostaria de agradecer à minha família, especialmente aos pais pelo apoio incontestável e incondicional que culminou na concretização de mais uma etapa e ao meu irmão pela sua incrível boa disposição e alegria.



# Resumo

No presente trabalho analisa-se a segurança de estruturas porticadas de madeiras em Portugal, com particular incidência sobre a fiabilidade estrutural.

Face à actual relevância das estruturas de madeira é particularmente importante o seu estudo de uma perspectiva probabilística. Em particular, será dado ênfase à análise da robustez de estruturas porticadas em madeira, de modo a avaliar o impacto na segurança estrutural de defeitos ou acções inesperadas.

O exemplo estudado consiste numa estrutura de madeira com tipologia regular, dimensionada especificamente para o desenvolvimento deste trabalho, para a qual foi feita a comparação entre uma modelação probabilística e o método dos coeficientes parciais apresentado no Eurocódigo 5.

A robustez da estrutura foi analisada através da probabilidade de rotura, de acordo com o conceito de fiabilidade estrutural, onde foram simuladas situações acidentais de rotura de elementos. A mesma será avaliada através da comparação do índice de fiabilidade da estrutura original com o da estrutura onde se admitiu uma determinada situação acidental. Para tal criou-se uma ferramenta de cálculo que permite a determinação do índice de fiabilidade de acordo com a aplicação do método de fiabilidade de primeira ordem (FORM).

**Palavras Chave:** Análise Probabilística, Estruturas porticadas, Estruturas de Madeira, Fiabilidade, Método de Fiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e robustez.

# Abstract

The main purpose of this thesis was to analyse the security of timber frame structures in Portugal, with particular incidence on structural reliability.

Given the current relevance of the timber structures, its study in a probabilistic point of view is of high importance. In order to evaluate the impact in the fault structural security or unexpected action was given emphasis to the analysis of the timber frame structures robustness.

The studied example is a timber structure with regular topology, specifically designed for this thesis, in which was done a comparison between the probabilistic modulation and the partial coefficients method presented in Eurocode 5.

The structure robustness was analysed through the failure probability, taking into account the structural reliability concept, in which were simulated situations of accidental failure situations of elements. The evaluation will be done according a comparison of the original reliability structure index with the one where was admitted a certain accidental situation. For this, a calculus tool was created, where is possible to calculate the reliability index according to the First Order Reliability Method (FORM).

**Key Words:** Probabilistic Analysis; Frame structures; Timber structures; Structural Reliability; First Order Reliability Method (FORM) and Robustness.

# Lista de Símbolos

## Letras maiúsculas latinas

$E$	Modulo de elasticidade na direcção paralela às fibras
$E_{0,05}$	Percentil 5% do módulo de elasticidade em flexão paralela ao fio
$E_d$	Valor de cálculo do efeito das acções
$E_g$	Valor característico do efeito das acções permanentes
$E_q$	Valor característico do efeito das acções variáveis
$F_X$	Função de distribuição acumulada
$G_{0,05}$	Valor característico do módulo de distorção
$G_k$	Valor característico de uma acção permanente
$I$	Momento de inércia
$I_{tor}$	Momento de inércia de torção
$L$	Matriz triangular inferior
$L_{e,z(y)}$	Comprimento de encurvadura efectivo
$M_d$	Valor de dimensionamento do momento flector actuante
$N_{c,d}$	Esforço de compressão de dimensionamento segundo a direcção das fibras
$N_{t,d}$	Esforço de tracção de dimensionamento segundo a direcção das fibras
$P_f$	Probabilidade de rotura
$P_{f,sys}$	Probabilidade de rotura de um sistema
$Q_k$	Valor característico de uma acção variável isolada
$R_k$	Valor característico da resistência
$S_k$	Valor característico das acções e/ou dos seus efeitos
$U$	Vector das variáveis normais reduzidas
$W_y$	Módulo de flexão em torno do eixo y
$X$	Vector das variáveis básicas
$Z$	Função margem de segurança

## Letras minúsculas Latinas

$b$	Base da secção
$c_o$	Coefficiente de orografia
$c_r$	Coefficiente de rugosidade
$f_{c,0,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de compressão resistente na direcção das fibras
$f_{c,0,k}$	Valor característico da tensão de compressão resistente na direcção das fibras
$f_{m,y,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de flexão resistente em torno do eixo y
$f_{m,z,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de flexão resistente em torno do eixo z
$f_{t,0,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de tracção resistente na direcção das fibras
$f_{t,0,k}$	Valor característico da tensão de tracção resistente na direcção das fibras
$f_X$	Função densidade de probabilidade
$g()$	Função estado limite
$h$	Altura da secção
$k_{crit}$	Factor usado para a encurvadura lateral
$k_{c,y}$	Factor de instabilidade
$k_{c,z}$	Factor de instabilidade
$k_h$	Factor de forma
$k_{mod}$	Factor de modificação para duração do carregamento e humidade
$k_r$	Coefficiente de terreno
$k_{sys}$	Factor resistente do sistema
$k_y$	Factor de instabilidade
$k_z$	Factor de instabilidade
$l_{ef}$	Comprimento efectivo.
$q_p$	Pressão dinâmica de pico
$v_m$	Velocidade média do vento
$z$	Altura acima do solo
$z_0$	Comprimento de rugosidade
$z_{max}$	Altura máxima
$z_{min}$	Altura mínima



## Letras maiúsculas gregas

$\Phi_m$	Função de distribuição da lei normal reduzida multidimensional
$\Phi$	Função de distribuição da lei normal reduzida

## Letras minúsculas gregas

$\alpha$	Factor de sensibilidade
$\beta$	Índice de fiabilidade
$\beta_{sys}$	Índice de fiabilidade do sistema
$\gamma_R$	Coeficiente parcial associado à incerteza do modelo de resistência
$\gamma_S$	Coeficiente parcial associado à incerteza do modelo das acções e/ou dos seus efeitos
$\gamma_M$	Coeficiente parcial relativo a uma propriedade de um material, que também cobre incertezas de modelação e desvios nas dimensões
$\gamma_G$	Coeficiente parcial relativo às acções permanentes, que também cobre incertezas de modelação e desvios nas dimensões
$\gamma_Q$	Coeficiente parcial relativo às acções variáveis, que também cobre incertezas de modelação e desvios nas dimensões
$\lambda$	Coeficiente de esbelteza
$\lambda_{rel,z}$	Esbelteza relativa em torno do eixo z
$\lambda_{rel,y}$	Esbelteza relativa em torno do eixo y
$\sigma_{m,crit}$	Tensão de flexão crítica
$\sigma_{c,0,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de compressão actuante na direcção das fibras
$\sigma_{t,0,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de tracção actuante na direcção das fibras
$\sigma_{m,y,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de flexão actuante em torno do eixo y
$\sigma_{m,z,d}$	Valor de dimensionamento da tensão de flexão actuante em torno do eixo z



# Índice Geral

Agradecimentos.....	i
Resumo .....	i
Abstract .....	ii
Lista de Símbolos .....	iii
Índice Geral .....	vii
Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xiii
1. Introdução .....	1
1.1 Aspectos Gerais .....	1
1.2 Objectivos e Organização .....	2
2. Segurança Estrutural .....	5
2.1 Introdução.....	5
2.2 Métodos de Análise da Segurança Estrutural .....	6
2.3 Incertezas .....	7
2.4 Conceitos Probabilísticos .....	8
2.4.1 Variáveis Aleatórias.....	8
2.4.2 Medidas Descritivas .....	10
2.4.3 Distribuições .....	11
2.5 Estados Limites .....	12
2.6 Teoria da Fiabilidade Estrutural .....	14
2.6.1 Formulação do Índice de Fiabilidade .....	16
2.6.2 Métodos de Fiabilidade do Segundo Momento.....	17
2.6.3 Método de Fiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e de Segunda Ordem (SORM) .....	19
2.6.4 Métodos de Simulação.....	21

2.6.5	Fiabilidade de Sistemas Estruturais .....	22
2.6.5.1	Sistemas em série .....	22
2.6.5.2	Sistemas em paralelo.....	24
2.7	Recomendações Normativas.....	25
3.	Robustez .....	27
3.1	Introdução .....	27
3.2	CrITÉrios de Dimensionamento .....	28
3.3	Quantificação da Robustez.....	29
3.4	Teoria da Decisão na Robustez .....	31
3.5	Robustez em Estruturas de Madeira .....	32
4.	A Madeira Estrutural.....	33
4.1	Introdução .....	33
4.2	Composição .....	34
4.3	Defeitos .....	35
4.4	Propriedades Físicas .....	36
4.5	Propriedades Mecânicas .....	37
4.6	Elementos Lamelados Colados .....	38
4.7	Estruturas Porticadas e Ligações.....	40
5.	Modelação de Acção e Resistência .....	41
5.1	Introdução .....	41
5.2	Modelação da Acção .....	42
5.3	Modelação da Resistência.....	43
5.4	Modelação Probabilística.....	44
5.5	Modelação da Segurança Estrutural .....	45
5.5.1	Factores Parciais de Segurança .....	46
6.	Exemplo de Aplicação .....	47
6.1	Introdução .....	47
6.2	Descrição do problema.....	48
6.3	Sistema Estrutural .....	48
6.3.1	Modelo de Cálculo .....	49

6.4	Considerações Efectuadas .....	49
6.5	Acções Permanentes .....	50
6.6	Acções Variáveis .....	50
6.6.1	Neve .....	50
6.6.2	Vento .....	51
6.7	Situações Acidentais .....	54
7.	Dimensionamento Baseado em Coeficientes Parciais de Segurança .....	55
7.1	Introdução.....	55
7.2	Parâmetros Resistentes .....	56
7.3	Verificação da Segurança Considerando Modelo Plano.....	58
7.3.1	Verificação da Segurança da Madre .....	61
7.3.2	Verificação da Segurança da Viga .....	62
7.3.3	Verificação da Segurança do Pilar .....	64
7.4	Verificação Global da Segurança Estrutural .....	65
7.5	Esforços Actuantes e Análise da Segurança Global para a Acção da Neve.....	70
8.	Fiabilidade Estrutural .....	71
8.1	Introdução.....	71
8.2	Técnica FORM em MATLAB.....	72
8.3	Acções Permanentes .....	72
8.4	Acções Variáveis .....	73
8.5	Parâmetros Resistentes .....	75
8.6	Implementação da Ferramenta de Cálculo .....	76
8.7	Índices de Fiabilidade da Estrutura Intacta .....	77
8.7.1	Comparação Entre Método Probabilístico e Semi-Probabilístico .....	78
8.8	Índices de Fiabilidade para Situações Acidentais .....	79
8.9	Índices de Sensibilidade e Valores de Dimensionamento .....	84
8.10	Robustez Estrutural.....	86
8.11	Análise de Resultados.....	89
9.	Considerações Finais.....	91
9.1	Conclusões.....	91

9.2	Desenvolvimentos Futuros .....	92
	Referências Bibliográfica .....	93
	Anexo A - Fórmulas para a Transformação de Nataf.....	99
	Anexo B - Acção da Neve .....	101
	Anexo C - Acção do Vento .....	103
	Anexo D - Momentos das Variáveis Aleatórias .....	109
	Anexo E – Equações para Verificação da Segurança .....	111
	Anexo F – Índices de Fiabilidade .....	117

# Índice de Figuras

Figura 2.1 - Função densidade de probabilidade (PDF).....	9
Figura 2.2 - Função distribuição acumulada (CDF). ....	10
Figura 2.3 - Representação genérica da função $g(X)$ e da fronteira entre a região de segurança e a região de rotura (adaptada de Laranja e Brito (2003)). ....	13
Figura 2.4 – Representação tridimensional das variáveis envolvidas no problema de fiabilidade estrutural (Adaptada de Henriques (1998)).....	15
Figura 2.5 - Distribuição da medida de segurança (Adaptada de Henriques (1998)). ....	16
Figura 2.6 – Interpretação geométrica do índice de fiabilidade, $\beta$ , (adaptada de Sørensen (2004)). ..	17
Figura 2.7 - Ilustração da linearização proposta por Hasofer e Lind (adaptada de Faber (2005)).....	18
Figura 2.8 - Transformação de uma variável não normal, $X$ , numa variável normal reduzida $Y$ : a) funções densidade de probabilidade, b) funções distribuição de probabilidade (adaptada de Henriques (1998)). ....	19
Figura 2.9 - Sistema em série (adaptada de Henriques, 1998). ....	22
Figura 2.10 - Sistema em paralelo (adaptada de Henriques (1998)).....	24
Figura 3.1 - Colapso parcial do edifício Ronan Point.....	28
Figura 3.2 – Árvore de eventos para quantificação da robustez (adaptada de Baker <i>et al.</i> (2005))....	31
Figura 4.1 – Secção transversal de uma árvore resinosa. ....	35
Figura 4.2 - Sobreposição das lamelas na vertical (a) e (b), e na horizontal (c). ....	38
Figura 5.1 - Orientação dos eixos do elemento (adaptada de CEN (2003b)). ....	46
Figura 6.1 – Esquematização tridimensional da estrutura.....	48
Figura 6.2 - Modelo de cálculo do pórtico. ....	49
Figura 6.3 – Modelo de cálculo das madres .....	49
Figura 7.1 - Identificação das zonas condicionantes da madre.....	60
Figura 7.2 - Identificação das zonas condicionantes do pórtico. ....	60
Figura 7.3 – Representação tridimensional da estrutura e identificação dos elementos. ....	66
Tabela 7.29 – Análise da Segurança .....	70
Figura 8.1 - Fluxograma da ferramenta de cálculo criada. ....	74

Figura 8.2 – Fluxograma do algoritmo de minimização. ....	75
Figura 8.3 – Comparação do método semi-probabilístico com método probabilístico. ....	79
Figura 8.5 – Identificação das secções das madres. ....	80
Figura 8.6 – Robustez mínima, de acordo com tipo de elemento e tipo de falha. ....	88
Figura 8.7 – Gráfico do comportamento estrutural para remoção das vigas. ....	89
Figura 8.8 – Gráfico do comportamento estrutural para remoção dos pilares. ....	90
Figura 8.9 – Gráfico do comportamento estrutural para perda da rigidez na ligação viga-madre. ....	90
Figura B.1- Coeficiente de forma para coberturas de uma aba (adaptada de CEN (2003)). ....	101
Figura C.1– Alçado das zonas em paredes verticais devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)). ....	104
Figura C.2 – Planta das zonas em paredes verticais devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)). ....	104
Figura C.3 – Zonas para coberturas em terraço devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)). ....	105
Figura C.4 - Coeficientes de pressão interior no caso de aberturas uniformemente distribuídas (adaptada de CEN (2005)). ....	106
Figura C.5 - Pressão total do vento na cobertura [ $\text{kN/m}^2$ ]. ....	107
Figura C.6 – Pressão total do vento nas fachadas [ $\text{kN/m}^2$ ]. ....	107
Figura E.1 - Comprimentos de encurvadura (adaptada de Porteous e Kermani (2007)). ....	114
Tabela F.1 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M1_S1. ....	117
Tabela F. 2- Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M1_S2. ....	118
Tabela F. 3 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M2_S1. ....	119
Tabela F. 4 Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M2_S2. ....	120
Tabela F. 5 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M3_S1. ....	121
Tabela F. 6 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M3_S2. ....	122
Tabela F. 7 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M4_S1. ....	123
Tabela F. 8 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M4_S2. ....	124
Tabela F. 9 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M5_S1. ....	125
Tabela F. 10 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M5_S2. ....	126



# Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Funções de distribuição utilizadas. ....	12
Tabela 2.2 - Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade $\beta$ (estados limites últimos) (adaptada de CEN (2002)). ....	26
Tabela 4.1 – Propriedades resistentes e da massa volúmica de alguns materiais estruturais. ....	37
Tabela 4.2 – Roturas me madeira lamelada colada associados às diferentes solicitações (adaptada de JCSS (2002)). ....	38
Tabela 4.3 - Classes de resistência de Glulam Homogéneo e Combinado (adaptada de Branco, 2006) .....	39
Tabela 5.1 - Classes de duração das acções (adaptada de CEN (2002)). ....	42
Tabela 5.2 – Funções densidade de probabilidade das propriedades mecânicas da madeira lamelada (adaptada de JCSS (2002)). ....	44
Tabela 5.3 - Coeficiente de correlação entre as propriedades mecânicas da madeira (adaptada de JCSS (2002)). ....	45
Tabela 6.1 - Quantificação das acções permanentes.....	50
Tabela 6.2 - Quantificação da acção da neve.....	51
Tabela 6.3 – Quantificação dos parâmetros para cálculo da pressão dinâmica de pico.....	51
Tabela 6.4 - Coeficientes de pressão exteriores nas paredes (adaptada do Quadro 7.1 do Eurocodigo 1-1-4 (CEN, 2005)). ....	52
Tabela 6.5 - Coeficientes de pressão exteriores na cobertura (adaptada do Quadro 7.2 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005)). ....	52
Tabela 6.6 – Pressões externas, por zonas.....	52
Tabela 6.7 - Coeficientes de pressão interior ( $c_{pi}$ ). ....	53
Tabela 6.8 – Pressões internas, por zonas.....	53
Tabela 6.9 – Pressões totais.....	53
Tabela 7.1 - Valores do factor de modificação da resistência ( $k_{mod}$ ) para Glulam (adaptada de CEN, 2003b). ....	57
Tabela 7.2 – Valores de $k_m$ (adaptada de CEN (2003b)). ....	57
Tabela 7.3 – Dimensões dos elementos estruturais e das secções.....	59

Tabela 7.4 – Acções de dimensionamento actuantes na madre. ....	59
Tabela 7.5 – Acções permanentes de dimensionamento actuantes no pórtico. ....	59
Tabela 7.6 – Acções variáveis de dimensionamento actuantes no pórtico. ....	60
Tabela 7.7 – Esforços actuantes e de dimensionamento para a actuação do vento. ....	61
Tabela 7.8 – Esforços actuantes e de dimensionamento para a actuação da neve. ....	61
Tabela 7.9 – Factores de modificação para a madre. ....	62
Tabela 7.10 - Tensões resistentes das madres. ....	62
Tabela 7.11 – Tensões actuantes nas madres. ....	62
<b>Nota:</b> As tensões actuantes não apresentadas tomam o valor de zero. ....	62
Tabela 7.12 – Análise da segurança da madre para o modelo plano. ....	62
Tabela 7.13 - Factores de modificação a viga. ....	63
Tabela 7.14 – Tensões resistentes das vigas ....	63
Tabela 7.15 - Tensões actuantes nas vigas. ....	63
Tabela 7.16 – Análise da segurança da viga para o modelo plano. ....	63
Tabela 7.17 - Factores de modificação para o pilar. ....	64
Tabela 7.18 – Tensões resistentes dos pilares. ....	64
Tabela 7.19 - Parâmetros para análise da segurança dos pilares. ....	64
Tabela 7.20 – Tensões actuantes nos pilares. ....	65
Tabela 7.21 – Análise da segurança dos pilares para o modelo plano. ....	65
Tabela 7.22 – Resumo de acções de dimensionamento. ....	66
Tabela 7.23 – Esforços máximos para a estrutura. ....	67
Tabela 7.24 – Elementos condicionantes. ....	68
Tabela 7.25 – Esforços condicionantes. ....	68
Tabela 7.26 – Tensões actuantes dos elementos condicionantes. ....	69
Tabela 7.27 – Análise da segurança. ....	69
Tabela 7.28 – Esforços actuantes para a acção da neve em conjunto com as cargas permanentes. ..	70
Tabela 8.1 – Propriedades probabilísticas das acções permanentes. ....	72
Tabela 8.2 – Propriedades probabilísticas da acção da neve. ....	73
Tabela 8.3 - Propriedades probabilísticas resistentes da madeira lamelada colada de classe 24h ....	75
Tabela 8.4 – Tipos de modelação ....	76

Tabela 8.5 – Índices de fiabilidade e limites de Ditlevsen associado ao modelo plano. ....	77
Tabela 8.6 – Índices de fiabilidade e limites de Ditlevsen associado ao modelo global.....	77
Tabela 8.7 – Comparação entre índice de fiabilidade e relação acção/resistência.....	78
Tabela 8.8- Identificação da divisão das madres.....	81
Tabela 8.9 – Nomenclatura e descrição das falhas.....	82
Tabela 8.10 – Limites de Ditlevsen para as falhas consideradas.....	83
Tabela 8.11 – Valores de dimensionamento das variáveis aleatórias para a modelação D. ....	84
Tabela 8.12 – Valor de dimensionamento das variáveis de acordo com o método dos coeficientes parciais. ....	85
Tabela 8.13 – Valores característicos dos parâmetros de acordo com o método dos coeficientes parciais. ....	85
Tabela 8.14 – Índices de sensibilidade para a modelação D. ....	86
Tabela 8.15 – Robustez da estrutura para remoção dos elementos madre.....	87
Tabela 8.16 – Robustez da estrutura para remoção dos elementos viga, pilar e falha na ligação viga-pilar.....	88
Tabela B.1- Coeficiente de forma da acção da neve (adaptada de CEN (2005)). ....	101
Tabela B. 2- Valores do coeficiente de exposição, $C_e$ (adaptada de CEN (2003)). ....	101
Tabela C.1 – Propriedades e valores de $c_{pi}$ . ....	106
Tabela F.11 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de V1. ....	127
Tabela F. 12 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de V2. ....	128
Tabela F. 13 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de P1. ....	129
Tabela F. 14 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de P3. ....	130
Tabela F. 15 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para perda de rigidez na ligação V1-P1..	131
Tabela F. 16 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para perda de rigidez na ligação V2-P3..	132



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Aspectos Gerais

A evolução das metodologias e meios de cálculo utilizados no estudo da segurança de estruturas encontra-se intimamente ligado ao desenvolvimento de processos de análise numérica e avanços tecnológicos registados nas últimas décadas. Esta evolução transformou a avaliação da segurança estrutural, anteriormente um processo empírico, num em que é possível quantificar as incertezas inerentes à concepção de uma estrutura.

A análise probabilística está hoje na base da regulamentação utilizada no estudo da segurança estrutural. A consideração probabilística na regulamentação é realizada através da variabilidade das acções e da resistência através de valores médios ou característicos, os quais posteriormente são afectados de coeficientes de segurança. Estes coeficientes são obtidos através da utilização de métodos probabilísticos de nível superior aos presentes na regulamentação, e a sua calibração é feita de acordo com a avaliação da probabilidade de falha, ou seja, capacidade de uma estrutura cumprir

eficientemente os requisitos para a qual foi concebida. Para a calibração dos coeficientes de segurança, a segurança é analisada com base na probabilidade de uma função de estado limite não ser violada, sendo as variáveis definidas pela sua média e desvio padrão. Neste caso, contrariamente ao verificado nos regulamentos em vigor, é considerada uma relação entre as variáveis, descrita pela co-variância.

Relacionada com a probabilidade de rotura está o conceito de fiabilidade estrutural, que pode ser interpretado como uma ferramenta que permite a avaliação do risco associado a situações extremas possíveis de afectar uma estrutura.

A madeira estrutural é, em Portugal, pouco estudada mas apresenta diversas vantagens de utilização, a nível ambiental, de trabalhabilidade, arquitectónicas e estruturais. Dadas as exigências actuais, só é possível utilizar a madeira no seu pleno potencial se existir um estudo e conhecimento mais aprofundado. Dada a complexidade do material a contemplação da variabilidade das variáveis envolvidas neste tipo de material através de considerações probabilísticas torna-se uma mais-valia para o seu correcto conhecimento.

## 1.2 Objectivos e Organização

O presente trabalho propõem-se a avaliar a segurança aos Estados Limites Últimos de uma estrutura porticada de madeira, dimensionada para resistir a acções variáveis. A verificação será realizada através da consideração da probabilidade de rotura, de acordo com a teoria da fiabilidade estrutural utilizando a técnica FORM.

A segurança é, então, avaliada para situações normais de utilização e para situações acidentais em que é considerada, faseadamente, a rotura de elementos estruturais.

A organização do presente trabalho segue as seguintes linhas de orientação:

Este trabalho é composto por 9 capítulos e um conjunto de anexos.

No Capítulo 1 é feita uma apresentação dos pontos a abordar, objectivos, enquadramento e organização do trabalho.

No Capítulo 2 é feita uma descrição dos métodos utilizados para a verificação da segurança, inclusive métodos de fiabilidade estrutural. É feita também uma descrição da teoria da fiabilidade estrutural e os vários métodos para a sua determinação.

O Capítulo 3 trata da problemática da robustez, do seu objectivo e quantificação. É também abordada a teoria da decisão de modo a fornecer linhas de orientação num processo de análise de uma estrutura do ponto de vista da robustez.

No Capítulo 4 é apresentada o desempenho, físico e mecânico, e características da madeira com estrutural. É dado um maior ênfase às madeiras do tipo lamelada-colada dadas as suas vantagens resistentes e de produção;

O Capítulo 5 descreve a modelação da acção e da resistência de acordo com o método dos coeficientes parciais e com métodos probabilísticos. É também feita uma enumeração das verificações a fazer aos estados limites últimos no caso de estruturas em madeira;

A descrição do exemplo adoptado para o desenvolvimento deste trabalho é feita no Capítulo 6. É descrito o tipo de estrutura analisada e as acções consideradas no problema.

No Capítulo 7 é feito o dimensionamento da estrutura de acordo com o método dos coeficientes parciais, para posterior análise de fiabilidade.

O Capítulo 8 trata do problema da fiabilidade estrutural de acordo com o descrito nos capítulos anteriores, do ponto de vista probabilístico. É feita uma análise da fiabilidade da estrutura para várias configurações e para vários tipos de modelações probabilísticas.

Este trabalho conclui-se com o Capítulo 9 onde são reunidas as principais conclusões sobre a análise da segurança e robustez da estrutura analisada neste trabalho.

Também é incluído neste trabalho um conjunto de anexos com informações auxiliares e resultados. No Anexo A são apresentadas as fórmulas empíricas utilizadas na transformação de Nataf. No Anexo B são apresentados os elementos, intermédios, necessários à determinação da acção da Neve. O Anexo C contém os elementos intermédios utilizados na determinação da acção do Vento. No Anexo D são apresentadas as metodologias para determinação dos momentos e parâmetros das variáveis aleatórias utilizadas. O Anexo E contém as equações necessárias à verificação da segurança de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b). Por fim o Anexo F apresenta os valores de índices de fiabilidade obtidos para a estrutura para os vários casos de estudo.





# Capítulo 2

## Segurança Estrutural

### 2.1 Introdução

Ao longo das últimas décadas a avaliação da segurança estrutural tem vindo a evoluir, de uma formulação empírica, em que muitas das decisões dependiam essencialmente da experiência pessoal, intuição e sentido crítico, para a aplicação de métodos de fiabilidade estrutural, com o objectivo de efectuar uma avaliação mais rigorosa e consistente da segurança estrutural.

Durante o processo de construção e utilização de uma estrutura, esta apresenta um comportamento que depende de um conjunto de factores, os quais não podem ser controlados de uma forma absoluta (Henriques, 1998). A incapacidade de controlar todos os factores gera incertezas associadas ao problema da avaliação da segurança e os valores considerados como determinísticos ou de cálculo passam então a ser considerados como valores não determinísticos.

Como forma de tratar as fontes de incerteza surgiram critérios de segurança com base em técnicas probabilísticas. Estes critérios consideram a variabilidade das variáveis (valores não determinísticos) através de funções de distribuição de probabilidade. A segurança é, então, avaliada de acordo com o

conceito de probabilidade de falha, ou seja, a probabilidade da estrutura não ter um desempenho satisfatório, através da análise dos estados limites (situações a evitar). Neste contexto, surgiu o conceito de fiabilidade estrutural que é compreendida como a capacidade de uma estrutura ou de um membro estrutural, cumprir os requisitos especificados para a qual foi concebido, durante a sua vida útil (CEN, 2002). Vida útil é o período de tempo, considerado, para o qual uma estrutura ou parte dela deve ser utilizado para os fins pretendidos com a manutenção prevista, mas sem que seja necessário grandes reparações (CEN, 2002).

Dos diferentes modos possíveis para a avaliação da segurança através de técnicas probabilísticas, o mais utilizado é baseado em modelos de análise linear elástica através de coeficientes parciais de segurança. A variabilidade das variáveis é considerada através de coeficientes parciais de segurança, que têm incorporado princípios probabilísticos na sua determinação. Este modo de verificação da segurança concentra-se na avaliação de elementos estruturais isolados. Contudo um sistema estrutural é composto por um conjunto de elementos interligados. Para proceder a uma análise do comportamento global da estrutura pode recorrer-se a um estudo da robustez da estrutura, que pode ser realizado através do conceito de fiabilidade estrutural.

A fiabilidade estrutural pode ser então encarada como uma ferramenta para a avaliação da probabilidade de rotura, tendo como objectivo o tratamento das incertezas envolvidas no projecto de forma a garantir um valor aceitável da probabilidade de rotura da estrutura (Guerreiro, 1999).

Este trabalho refere-se à análise da segurança estrutural de um ponto de vista probabilístico, com vista à obtenção de resultados mais precisos, sendo a análise da segurança avaliada através da fiabilidade estrutural.

## 2.2 Métodos de Análise da Segurança Estrutural

Geralmente os métodos para verificar a segurança aos estados limites podem ser divididos em quatro grupos (Neves e Cruz, 2001), mencionados com níveis de complexidade e confiança crescente.

### 1) Determinísticos

As variáveis envolvidas são consideradas através de valores determinísticos, sendo a variabilidade da resistência e da acção considerada no coeficiente global de segurança. Este método não tem uma base probabilística e, como resultado, a margem de segurança é definida de modo empírico.

### 2) Semi-probabilísticos

Baseiam-se na utilização dos coeficientes parciais de segurança, obtido através da utilização de métodos probabilísticos do nível superior. Neste caso a variabilidade das acções bem como da resistência é caracterizada através de valores médios ou característicos, afectados de coeficientes de segurança. Torna-se assim possível, substituir as funções de distribuição por valores determinísticos

possíveis de serem utilizados de uma forma simples. As variáveis são consideradas independentes ou perfeitamente dependentes entre si.

As normas actuais baseiam-se neste método, onde os coeficientes são utilizados como forma de modelar as incertezas de um modo mais acessível.

### **3) Probabilísticos simplificados**

As variáveis são definidas pela sua média e desvio padrão, sendo a relação entre as variáveis descrita pela co-variância. A segurança é realizada com base na probabilidade de uma função de estado limite não ser violada.

### **4) Puramente probabilísticos**

Considera-se a distribuição conjunta e todas as variáveis aleatórias, com distribuições estatísticas obtidas através de observações realizadas ou modeladas teoricamente.

O dimensionamento, considerando a variabilidade das variáveis, pode ser realizado por métodos probabilísticos simplificados (nível 2) ou puramente probabilísticos (nível 3). Os métodos de nível 2 envolvem procedimentos iterativos para encontrar uma aproximação da probabilidade de rotura da estrutura. As abordagens de nível 3 permitem um cálculo mais correcto da probabilidade de rotura da estrutura, serve-se de uma descrição probabilística completa da ocorrência das diversas variáveis envolvidas.

## **2.3 Incertezas**

Um sistema estrutural contém diversas fontes de incertezas que condicionam a avaliação do comportamento de uma estrutura. Estas, podem ser agrupadas da seguinte forma (Henriques, 1998).

### **1) Acção humana**

Este tipo de incerteza contempla as falhas, erros, omissões, falta de conhecimentos nas várias fases do projecto e utilização da estrutura.

### **2) Físicas**

Derivam da imprevisibilidade do carregamento de uma estrutura, bem como da natureza incerta das propriedades dos materiais e geometria dos elementos. Para controlar este tipo de incerteza é necessário obter o máximo de informação possível sobre as variáveis envolvidas.

### **3) Do modelo**

São as incertezas acopladas às simplificações teóricas feitas durante o processo de dimensionamento referentes ao comportamento dos materiais, aplicação das acções e sua resposta

### **4) Estatísticas**

Resultam do número limitado de dados disponíveis para caracterizar o modelo probabilístico. Este tipo de incertezas pode ser minimizado obtendo um maior número de dados. Uma aproximação Bayesiana torna possível introduzir mais informação obtida a partir de novos dados.

## 2.4 Conceitos Probabilísticos

O modo mais racional de tratar as incertezas envolvidas no projecto é através do tratamento probabilístico das propriedades dos materiais, medidas geométricas e cargas actuantes. A consideração das incertezas na segurança estrutural pode ser feita recorrendo à interpretação em termos de frequências relativas dos parâmetros envolvidos no dimensionamento da estrutura tornando um problema anteriormente determinístico num problema com base probabilística, onde a probabilidade de rotura do sistema pode ser determinada.

Do ponto de vista físico, a probabilidade de rotura não pode ser interpretada através da teoria frequencista, ou seja, a probabilidade de um dado acontecimento  $A$  não pode ser definida como a razão entre o número de vezes em que o evento  $A$  ocorre e o número de realizações quando o número de realizações da experiência tende para infinito. A teoria frequencista não se ajusta à problemática da fiabilidade pois os dados observados são considerados como dependentes de parâmetros desconhecidos.

Com base nas condições anteriormente descritas, o conceito de probabilidade condicionada, associado à interpretação Bayesiana, emerge na concepção da probabilidade na teoria da fiabilidade estrutural, onde a probabilidade de dado evento é formulada com um grau de confiança na ocorrência do evento através do conceito de probabilidade condicionada. Assim, no âmbito da fiabilidade estrutural, a probabilidade de dado acontecimento ocorrer pode ser interpretada como o grau de confiança que o engenheiro tem perante a realização do evento.

O conceito fundamental por detrás do conceito Bayesiano aplicável à segurança estrutural é o de, a priori, actualizar as informações probabilísticas, introduzindo variáveis aleatórias, tornando possível a inclusão das fontes de incertezas no problema (Faber, 2005). Esta informação pode ser encontrada na literatura, incluindo código modelo do Joint Committee on Structural Safety (JCSS), onde a probabilidade é entendida na sua forma Bayesiana, ou com base em dados recolhidos

### 2.4.1 Variáveis Aleatórias

Na avaliação da fiabilidade estrutural, o conjunto de variáveis básicas inclui variáveis determinísticas e aleatórias, sendo as aleatórias de dois tipos, discretas e contínuas. As variáveis aleatórias contínuas podem tomar qualquer valor dentro de um intervalo, ditado pela função de distribuição associada, e pelas medidas estatísticas, das quais, a média e desvio padrão são as mais utilizadas na engenharia de estruturas.

Normalmente, é impossível remover as incertezas associadas a um determinado parâmetro físico. No entanto, os métodos da teoria da probabilidade tornam possível formular declarações sobre a natureza estatística dos parâmetros físicos, tornando possível uma representação probabilística (Ditlevsen e Madsen, 2005).

O desempenho de um sistema estrutural é determinado com base num modelo dependente de um conjunto de parâmetros, as variáveis básicas aleatórias. Estas variáveis são definidas como os parâmetros que consideram a incerteza no modelo adoptado (Faber, 2005), caracterizando o comportamento da estrutura e são representadas por um vector. Se  $X$  for o vector das variáveis básicas aleatórias tem-se:

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_n] \quad (2.1)$$

onde  $n$  representa o número de variáveis básicas do problema, como sejam parâmetros de carga, resistência, geométricos e propriedades dos materiais (Sørensen, 2004). A relação entre as diferentes variáveis aleatórias pode ser considerada como dependente ou independente.

As variáveis aleatórias são caracterizadas por uma determinada tendência comportamental que é obtida através de observações prévias ou modelações teóricas. Quando existe um largo número de observações e registos, é possível obter um diagrama de frequência (histograma). Através do histograma é possível ajustar a função de distribuição de uma variável aleatória, no espaço amostral da variável aleatória contínua  $X$ , a chamada função densidade de probabilidade e é denotada por  $f_X(x)$  (Figura 2.1).

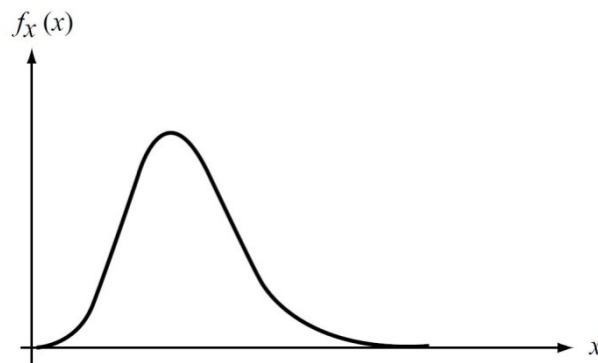


Figura 2.1 - Função densidade de probabilidade (PDF).

Outro modo de descrever a distribuição das variáveis aleatórias é através da função de distribuição acumulada é denotada por  $F_X(x)$  (Figura 2.2), sendo definida para todos os valores de  $X$  de  $-\infty$  até  $+\infty$  (Choi *et al.*, 2006).

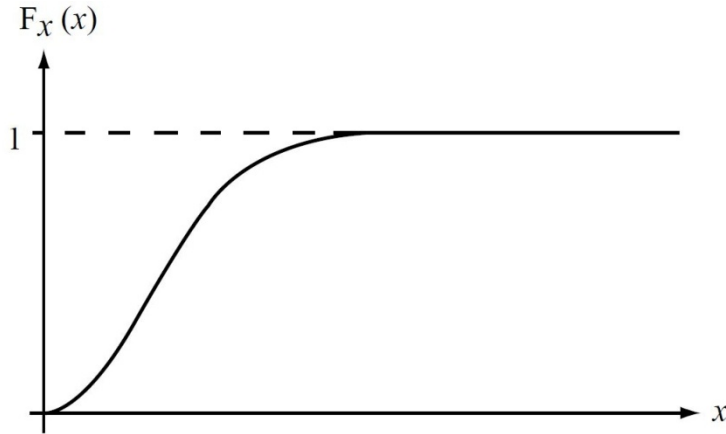


Figura 2.2 - Função distribuição acumulada (CDF).

O comportamento de uma variável aleatória pode ser descrita pela função de distribuição acumulada, que define a probabilidade  $P()$ , que a variável  $X$  tem de ser menor ou igual a certo valor  $x$ . Esta pode ser expressa como:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (2.2)$$

Se  $F_X(x)$  for continua a probabilidade de  $X$  estar entre os dois valores  $a$  e  $b$  é dada por:

$$F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (2.3)$$

A função de distribuição acumulada obedece a algumas propriedades, tais como:

- $0 \leq F_X(x) \leq 1$ ;
- $F(+\infty) = 1$ ;
- $F(-\infty) = 0$ ;
- Apresenta um desenvolvimento monótono, não-decrescente;
- A probabilidade de uma variável aleatória ter um determinado valor concreto é zero.

Para os casos em que  $X$  é contínuo e a primeira derivada existe, pode ainda escrever-se:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.4)$$

## 2.4.2 Medidas Descritivas

O comportamento probabilístico de uma variável aleatória contínua pode ser descrito pela sua função de distribuição de probabilidade. No entanto, a caracterização das variáveis aleatórias através de indicadores, capazes de descrever os aspectos mais significativos da distribuição de probabilidades torna-se mais acessível. Dentro do conjunto dos parâmetros caracterizadores, assumem particular importância os momentos de variável aleatória (ou da respectiva distribuição) (Murteira *et al.*, 2002).

O momento de ordem  $k$  em relação à origem pode ser definido como:

$$m_o^k = E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f_X(x) dx \quad (2.5)$$

onde o primeiro momento em relação à origem representa a média ( $\mu_X$ ), ou valor esperado ( $E[X]$ ) da variável aleatória  $X$ ,

$$m_o^1 = E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.6)$$

Para uma variável  $Y=g(X)$ , o valor esperado é determinado como:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (2.7)$$

Para além da média interessa também saber a dispersão dos valores em torno da média. Tal é feito através do momento em relação à média.

O momento de ordem  $k$  em relação à média é dado por:

$$m_m^k = E[(X - \mu)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mu)^k f_X(X) dx \quad (2.8)$$

A variância, segundo momento em relação à média, permite avaliar a dispersão dos valores, é dada por:

$$Var(X) = \sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx = E(X^2) - \mu_X^2 \quad (2.9)$$

A raiz quadrada positiva da variância é denominada de desvio padrão, o seu interesse advém da possibilidade de comparação, directa, desta medida com o vector  $X$ , pois as unidades são compatíveis. O desvio padrão permite também definir um coeficiente de variação adimensional, para avaliar a dispersão relativa da variável, denominado de coeficiente de variação ( $CoV$ ),

$$CoV[X] = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.10)$$

O coeficiente de variação desempenha um papel importante na análise probabilística do presente trabalho, dado que esta medida de dispersão tende a ser constante para algumas propriedades relevantes.

A descrição das variáveis aleatórias, nas condições atrás referidas, em termos do valor médio e do desvio-padrão é recorrentemente designada como "representação de segundo momento" (Bucher, 2009).

### 2.4.3 Distribuições

Na avaliação da fiabilidade estrutural, vários tipos de distribuições de probabilidades são usadas para modelar os parâmetros de dimensionamento ou variáveis aleatórias (Choi *et al.*, 2006).

A selecção da função de distribuição é uma parte essencial da caracterização probabilística dos sistemas estruturais, dependendo de:

- natureza do problema;
- pressupostos subjacentes associados com a distribuição;
- conveniência e simplicidade oferecida pela distribuição, para posterior cálculo.

No presente trabalho os três pontos atrás enunciados foram avaliados pelo código modelo do JCSS, sendo as funções de distribuição sugeridas pelo mesmo código. De seguida são apresentadas as distribuições utilizadas, bem como respectivos parâmetros e momentos.

Tabela 2.1 – Funções de distribuição utilizadas.

Distribuição	Função de Distribuição	Parâmetros	Momentos
Normal	$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$\mu, \sigma$	$\mu, \sigma$
Log-Normal	$f_x(x) = \frac{1}{x\theta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\lambda}{\theta}\right)^2\right),$ $x > 0$	$\lambda, \theta > 0$	$\sigma = \exp\left(\lambda + \frac{\theta^2}{2}\right) \sqrt{\exp(\theta^2) - 1}$ $\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\theta^2}{2}\right)$
Gumbel	$f_x(x) = \frac{e^{(\alpha-x)/\zeta - e^{(\alpha-x)/\zeta}}}{\zeta}$	$\alpha, \zeta > 0$	$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}}\zeta$ $\mu = \alpha + \gamma\zeta$ onde $\gamma$ é a constante de Euler
Gamma	$f_x(x) = \frac{1}{b^a\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}}, \quad x \geq 0$	$a > 0, b > 0$	$\mu = ab$ $\sigma = \sqrt{a} \cdot b$

**Nota:**  $\Gamma(\cdot)$  representa a função matemática gama.

## 2.5 Estados Limites

O principal objectivo quando se constrói uma estrutura é que esta tenha um desempenho que seja considerado satisfatório, ou seja, que apresenta um nível de risco aceitável à utilização para a qual foi concebida, durante o período de vida útil. Para o desempenho ser considerado satisfatório é necessário contemplar alguns critérios, dos quais, a fiabilidade da estrutura contra o colapso desempenha um papel relevante (Köhler, 2006).

A avaliação do desempenho de uma estrutura é feito com recurso ao conceito de estado limite, estado que define a condição além do qual uma estrutura não satisfaz os critérios de funcionalidade exigidos. O estado limite pode ser descrito com o auxílio de uma função na forma:

$$Z = g(X) \quad (2.11)$$



onde  $X$  é o vector representativo das  $n$  variáveis básicas do problema,  $Z$  representa a margem de segurança e  $g()$  é a função estado limite.

O estado limite é definido como a fronteira entre o estado desejado e não desejado da estrutura e é representado pela função estado limite,

$$Z = g(X) = 0 \quad (2.12)$$

Sendo o estado de rotura dado por,

$$Z = g(X) \leq 0 \quad (2.13)$$

A função estado limite  $g(X)$  encontra-se representada na Figura 2.3.

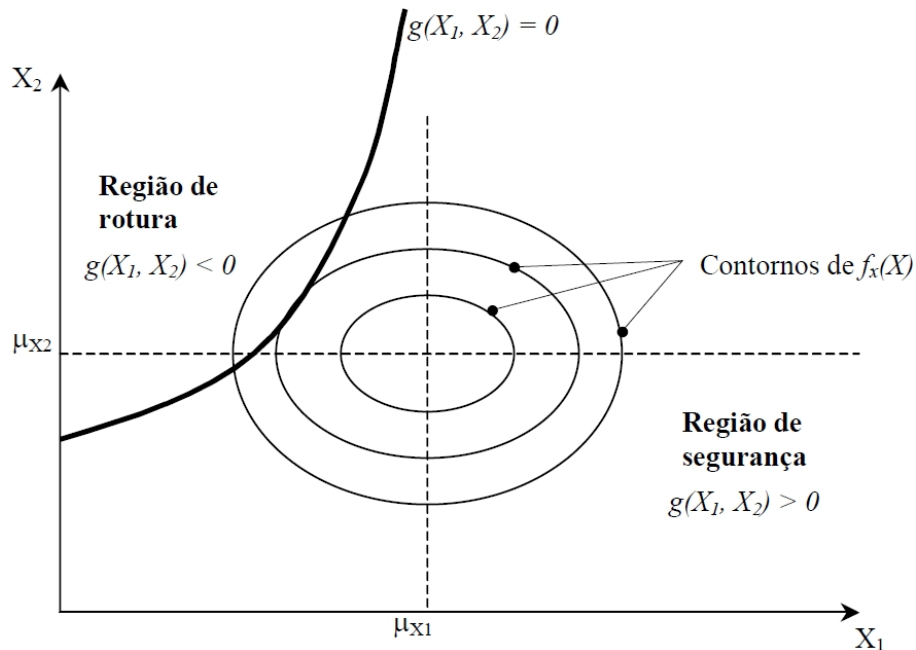


Figura 2.3 - Representação genérica da função  $g(X)$  e da fronteira entre a região de segurança e a região de rotura (adaptada de Laranja e Brito (2003)).

Os estados limites são vulgarmente divididos em estados limites últimos e estados limites de utilização. Os primeiros correspondem a situações de falha da estrutura em que a segurança de pessoas e equipamento fica ameaçada devido a danos estruturais. Os segundos consistem na perda de capacidade da estrutura servir os fins para que foi concebida, devido a danos de origem funcional ou estética (Delgado, 2002).

Neste trabalho só será analisado o Estado Limite Último, tratando-se do estado limite preponderante para a fiabilidade estrutural, pois trata directamente o colapso global da estrutura.

## 2.6 Teoria da Fiabilidade Estrutural

A teoria da fiabilidade estrutural é um processo que tem como objectivo o cálculo da probabilidade de rotura ou equivalentemente a determinação do índice de fiabilidade estrutural,  $\beta$ . Este processo agrega vários conceitos estatísticos e matemáticos no seu processo para que a avaliação da função estado limite seja executável.

De acordo com os conceitos descritos é então possível afirmar que uma estrutura é considerada fiável se a probabilidade de rotura não exceder o limite previamente definido, em relação ao estado limite em avaliação.

O índice de fiabilidade é uma medida quantitativa da fiabilidade, e não pode ser interpretada como uma propriedade física da estrutura, mas sim, como uma medida da qualidade global (Ditlevsen e Madsen, 2005).

De acordo com Sørensen, (2004) a determinação da fiabilidade geralmente desenvolve-se de acordo com as seguintes etapas:

- Seleccionar um nível de fiabilidade alvo;
- Identificar os modos de falha significativos;
- Decompor os modos de falha em sistemas em série ou paralelo;
- Formular as funções de falha (funções de estado limite), correspondentes a cada modo;
- Identificar as variáveis estocásticas e os parâmetros determinísticos nas funções de falha. Especificar também os tipos de distribuição e os parâmetros estatísticos para as variáveis estocásticas e respectivas dependências;
- Estimar a fiabilidade de cada componente, seguido da fiabilidade global.

Ao ser considerada a variabilidade das acções, propriedades dos materiais e incertezas nos modelos analíticos, existe uma probabilidade da estrutura não desempenhar o papel esperado. Geralmente esta probabilidade, probabilidade de rotura, apresenta valores bastante pequenos, pois as falhas estruturais são fenómenos raros. Embora raras, as falhas estruturais tendem a ocorrer como consequência de um evento de extrema gravidade, cria-se assim uma necessidade de controlar o risco de incumprimento do bom desempenho da estrutura, de uma forma racional. A solução para este problema é a utilização de técnicas com base probabilística para avaliar quantitativamente a probabilidade de rotura, como já referido.

De acordo com Ditlevsen (2005) o problema da fiabilidade define-se como, o quanto maior do que o valor máximo de carga tem que ser a resistência para que o engenheiro garanta que a estrutura não entra em colapso ou que, pelo menos, o risco de ocorrer rotura é extremamente pequeno.

Considerando, de uma forma simplificada, o problema de verificação da segurança reduzido à solicitação ( $S$ ) e resistência ( $R$ ) da estrutura, a função que define o estado limite pode, agora, ser escrita como:

$$Z = g(X) = R - S \quad (2.14)$$

em que a superfície limite, que separa a segurança da rotura, é definida por:

$$g(X) = R - S = 0 \quad (2.15)$$

A probabilidade de falha  $P_f$  pode então ser descrita como:

$$P_f = P(g(X) \leq 0) = P(R - S \leq 0) \quad (2.16)$$

De um modo generalizado, apresenta-se na Figura 2.4 as funções densidade (marginais)  $f_R$  e  $f_S$  para as variáveis  $R$  e  $S$ , respectivamente, em conjunto com a função densidade de probabilidade conjunta  $f_{RS}$ .

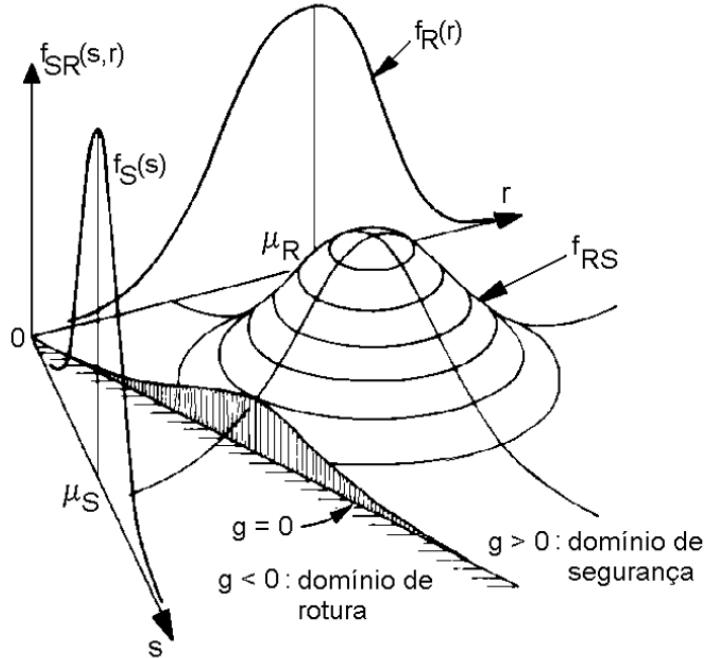


Figura 2.4 – Representação tridimensional das variáveis envolvidas no problema de fiabilidade estrutural (Adaptada de Henriques (1998)).

Sendo  $f_X(x)$  a função densidade de probabilidade conjunta do vector  $X$  que inclui a totalidade das variáveis bases, a probabilidade de rotura é dada por:

$$P_f = P(g(x) \leq 0) = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx = \int_{g(x) \leq 0} F_R(x) f_S(x) dx \quad (2.17)$$

A probabilidade de falha pode ser interpretada através deste integral, habitualmente designado por integral de convolução. O integral representa a totalidade dos casos para os quais a resistência é inferior a uma dada solicitação, para toda a gama de solicitações possíveis (Delgado, 2002).

O índice de fiabilidade, em função da probabilidade de rotura, é obtido através de:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (2.18)$$

O integral de convolução (2.17) é de difícil cálculo, sendo a sua determinação analítica possível apenas para um número reduzido de casos. Surge assim a necessidade de introduzir metodologias que permitam avaliar a segurança com base em medidas indirectas da probabilidade de rotura.

De acordo com Köhler (2006) o método mais simples, para obter o integral de convolução, é o de simulação de Monte Carlo, enquanto os mais eficientes, no cálculo de probabilidades muito baixas como o caso da probabilidade de rotura, são os denominados métodos aproximados (métodos de segundo momento) com base no cálculo do índice de fiabilidade,  $\beta$ .

### 2.6.1 Formulação do Índice de Fiabilidade

Considera-se a resistência ( $R$ ) e a solicitação ( $S$ ) duas variáveis aleatórias normais e independentes, com média  $\mu_R$ ,  $\mu_S$  e variância  $\sigma_R^2$  e  $\sigma_S^2$ , respectivamente. Nestas condições, para uma função estado limite dada por (2.14), a média da função estado limite  $g(X)$  é

$$\mu_g = \mu_R - \mu_S \quad (2.19)$$

E o desvio padrão

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.20)$$

A equação (2.16) vem:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(g(X) \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g}\right) = \Phi(-\beta) \quad (2.21)$$

onde  $\Phi$  é a função distribuição da lei normal reduzida e  $\beta$  é definido como índice de fiabilidade:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (2.22)$$

O índice de fiabilidade,  $\beta$ , é geometricamente uma medida em desvios padrões entre o valor médio da função estado limite e a zona de rotura, como representado na Figura 2.5.

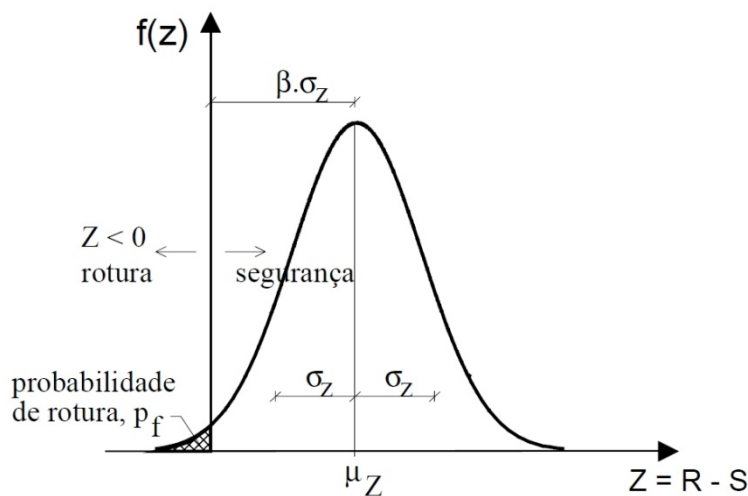


Figura 2.5 - Distribuição da medida de segurança (Adaptada de Henriques (1998)).

## 2.6.2 Métodos de Fiabilidade do Segundo Momento

Na literatura da especialidade são encontrados vários métodos para calcular a probabilidade de rotura através da resolução do integral de convolução (2.17). Uma descrição mais detalhada destes métodos pode ser encontrada em (Ditlevsen e Madsen, 2005; Coi *et al.*, 2006; Bucher, 2009).

Inicialmente o índice de fiabilidade foi proposto por Cornell em 1969, no entanto este método apresentava uma limitação grave, já que não era invariante consoante o critério de resistência utilizado. Por exemplo, (2.14) é equivalente a  $Z = R/S < 1$ , mas o índice de fiabilidade obtido pelo proposto por Cornell em 1969 é diferente para os dois casos.

Deste modo em 1974 foi proposto por Hasofer e Lind um método alternativo invariante com o critério de resistência. De acordo com Henriques (1998), a proposta de Hasofer e Lind é invariante por a sua definição ser relativa à superfície de falha e não relativa à função estado limite, a determinação do índice de fiabilidade pode ser conseguida através de:

- Transformar todas as variáveis aleatórias  $X_i$  em variáveis normais reduzidas  $U_i$

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.23)$$

Passando a ter uma média de 0 e um desvio padrão igual à unidade

- Definir a superfície limite  $g(X)$  no espaço das variáveis normais reduzidas  $g(U)$ ;
- Determinar o ponto  $U^*$  (ponto de dimensionamento) da superfície limite  $g(U)=0$ ;
- Calcular o índice de fiabilidade  $\beta$ , que geometricamente é definido como a distância mais curta do ponto de dimensionamento  $U^*$  à origem, no espaço das normais reduzidas (Figura 2.6).

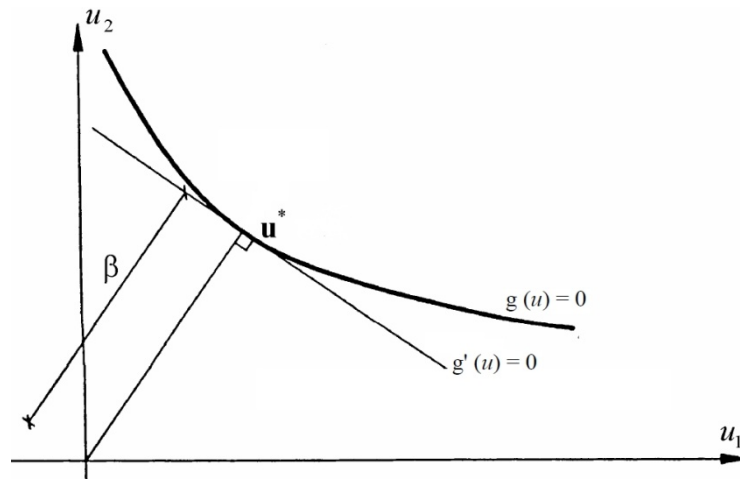


Figura 2.6 – Interpretação geométrica do índice de fiabilidade,  $\beta$ , (adaptada de Sørensen (2004)).

Para funções estado limite lineares, do tipo:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (2.24)$$

O índice de fiabilidade,  $\beta$ , de acordo com Hasofer e Lind, vem:

$$\beta = \frac{a_0 \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (2.25)$$

Quando a função estado limite é não-linear é necessário fazer uma linearização da função no ponto  $U^*$ , a linearização é feita com recurso ao desenvolvimento da serie de Taylor:

$$g(X) \cong g(X^*) + \nabla g|_{X^*}(X - X^*) + \frac{1}{2}(X - X^*)^T \nabla^2 g|_{X^*}(X - X^*) \quad (2.26)$$

Na Figura 2.7, o vector  $\alpha$  é um factor de sensibilidade que caracteriza a importância das variáveis envolvidas no problema. Na mesma figura a função estado limite  $g(u)=0$  é linearizada no ponto  $u^*$  pela função  $g'(u)=0$ .

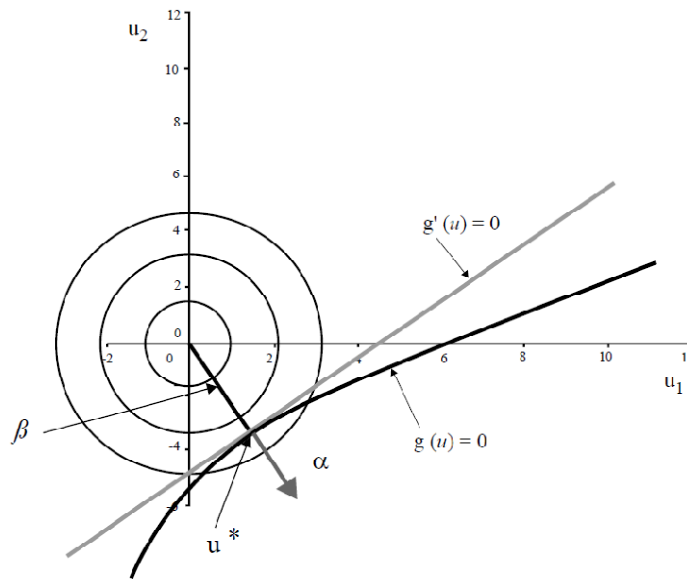


Figura 2.7 - Ilustração da linearização proposta por Hasofer e Lind (adaptada de Faber (2005)).

Normalmente  $u^*$  não é conhecido, sendo obtido por um processo iterativo de optimização da função:

$$\beta = \min_{u \in g(u)=0} \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (2.27)$$

O valor de  $\beta$  em (2.27) é representado graficamente por  $\beta$  na Figura 2.7.

Segundo Köhler (2006), o processo iterativo para determinação do índice de fiabilidade,  $\beta$ , pode ser executada de várias formas, sendo que, se a função estado limite for diferenciável, pode ser seguido o seguinte esquema de iteração:

- Inicialmente arbitra-se um ponto de dimensionamento, em que  $u^* = \beta \alpha$ , inserindo o seu valor na equação (2.28);

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial}{\partial u_i} g(\beta \alpha)}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial u_i} g(\beta \alpha) \right)^2 \right]^{1/2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.28)$$

Depois de se obter o valor para o vector  $\alpha$  determina-se  $\beta$ , tal que:

$$g(\beta \cdot \alpha_1, \beta \cdot \alpha_2, \dots, \beta \cdot \alpha_n) = 0 \quad (2.29)$$

Este procedimento deverá ser repetido até se verificar a convergência do índice de fiabilidade,  $\beta$ . As componentes do vector  $\alpha$  podem ser interpretadas como factores de sensibilidade, dando a importância relativa de cada uma das variáveis aleatórias para o índice de fiabilidade,  $\beta$ .

Desta forma, o índice de fiabilidade,  $\beta$ , é possível de ser relacionar com as coordenadas do ponto de dimensionamento através de

$$u_i^* = -\alpha_i \beta \quad (2.30)$$

ou em alternativa

$$\beta = -\alpha^T U^* \quad (2.31)$$

### 2.6.3 Método de Fiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e de Segunda Ordem (SORM)

Quando o problema de fiabilidade envolve variáveis não normalmente distribuídas, ou correlacionadas, os métodos anteriormente indicados são inadequados. A necessidade de considerar a informações relativas às distribuições não normais e/ou à correlação das variáveis, levou ao desenvolvimento dos Métodos de Fiabilidade de Primeira Ordem (FORM - *First Order Reliability Method*).

O procedimento para tratar variáveis não Gaussianas, consiste em transformar cada uma das variáveis aleatórias não-normais em variáveis normais reduzidas. Uma forma possível para esta transformação é a transformação de caudas normais.

A transformação de caudas normais (Figura 2.8) é um processo que permite a transformação de cada uma das variáveis aleatórias não normais, em variáveis aleatórias normais reduzidas usando:

$$\Phi(y_i) = F_{X_i}(x_i) \Rightarrow y_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i)] \quad (2.32)$$

em que  $F_{X_i}$  é a função distribuição da variável  $x_i$  e  $\Phi$  a função distribuição da lei normal reduzida.

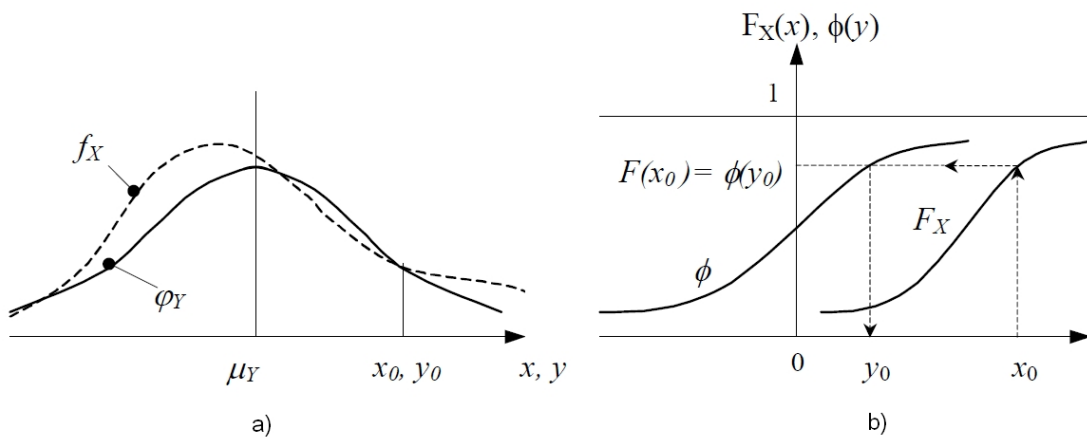


Figura 2.8 - Transformação de uma variável não normal, X, numa variável normal reduzida Y: a) funções densidade de probabilidade, b) funções distribuição de probabilidade (adaptada de Henriques (1998)).

Esta transformação é realizada através da aproximação da lei normal à lei não normal num ponto, que em geral é em torno do ponto de dimensionamento.

Nos casos em que as variáveis básicas são correlacionadas é necessário transformá-las, de forma a obter um conjunto de variáveis independentes, para ser possível aplicar as técnicas enunciadas anteriormente relativas ao método FORM.

De acordo com Sørensen (2004) a transformação das variáveis para o espaço normal reduzido independente pode ser feito com recurso à transformação de Rosenblatt ou de Nataf. A transformação de Rosenblatt para ser realizada necessita que a informação relativa à função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis seja totalmente conhecida, o que normalmente não acontece. A transformação de Nataf necessita de menos informação, função densidade de probabilidade marginal e matriz de correlações, ou seja, as propriedades elementares no âmbito da análise de fiabilidade.

Neste trabalho só será abordada a transformação de Nataf dada a sua abrangência de utilização e a necessidade de aplicação para este trabalho.

Ao proceder à transformação das variáveis através das caudas normais (2.32), as propriedades de relação entre as variáveis também se alteram, de acordo com a transformação de Nataf, a matriz de correlações ( $\rho$ ) passa a uma matriz de correlações  $\rho'$ . De acordo com Li *et al.* (2008) a relação entre  $\rho$  e  $\rho'$  é conseguida através de:

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left( \frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j} \right) f_{X_i X_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \rho_{ij} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{F_i^{-1}(\Phi(y_i)) - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left( \frac{F_j^{-1}(\Phi(y_j)) - \mu_j}{\sigma_j} \right) \times \phi_2(y_i, y_j, \rho'_{ij}) dy_i dy_j \end{aligned} \quad (2.33)$$

Para evitar a resolução morosa da equação (2.33) foram estabelecidas fórmulas empíricas para a sua resolução, como demonstrado no Anexo A.

De acordo com Bucher (2009) uma matriz de correlações (neste caso  $\rho'$ ), simétrica e com valores principais positivos, pode ser transformada numa matriz triangular inferior  $L$  através da decomposição de Cholesky. Tem-se então:

$$\rho' = [L][L]^T \quad (2.34)$$

Depois de obtida a matriz  $L$  é então possível determinar as variáveis aleatórias não correlacionadas com distribuição normal reduzida. Para tal é necessário aplicar a transformação:

$$Y^T = [L]U^T \Leftrightarrow U^T = [L]^{-1}Y^T \quad (2.35)$$

Em suma a transformação de Nataf consiste nos seguintes passos:

- 1) Transformar as variáveis correlacionadas e com distribuições quaisquer ( $X$ ), em variáveis correlacionadas com distribuição normal reduzida ( $Y$ ) através da equação 2.32;
- 2) Determinar a matriz de correlação no espaço padronizado ( $\rho'$ ) recorrendo às equações presentes no Anexo A;



- 3) Aplicar a decomposição de Cholesky através da equação 2.34;
- 4) Aplicar a transformação representada pela equação 2.35 para obter as variáveis  $U$  não correlacionadas com distribuição normal reduzida.

Os métodos de fiabilidade de segunda ordem SORM (do Inglês Second Order Reliability Method), diferem do método de primeira ordem (FORM) na medida em que a aproximação à função estado limite é feita recorrendo a um desenvolvimento da serie de Taylor pelos termos de segunda ordem, ou superior, sendo assim obtida uma função quadrática ou de ordem superior. Relativamente aos métodos SORM os métodos FORM têm a desvantagem de serem menos precisos, pois a aproximação à função estado limite não é a melhor possível.

## 2.6.4 Métodos de Simulação

Nas técnicas de simulação, as variáveis são geradas aleatoriamente, de acordo com respectivas distribuições. Nesta técnica a probabilidade de rotura é avaliada como a relação entre o número de casos de falha e o número total de casos analisados.

Como já foi visto anteriormente a probabilidade de rotura, na sua forma mais geral, é definida através do integral:

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (2.36)$$

Para simplificar o cálculo deste integral costumam-se utilizar técnicas de simulação em que a função de estado limite  $g(X)=0$  pode ter qualquer forma e as variáveis aleatórias básicas  $X_i$  qualquer tipo de distribuição.

Os métodos de simulação são métodos simples e permitem o cálculo da probabilidade de rotura sem a necessidade de grandes conhecimentos ao nível da probabilidade e estatística.

O objectivo de todo o processo é a obtenção de informações probabilísticas através da aplicação de métodos estatísticos aplicado às variáveis. Para tal é necessário as variáveis seguirem uma função de distribuição prescrita e serem estaticamente independentes (Bucher, 2009).

As técnicas de simulação que mais se utilizam são fundamentadas no método de Monte Carlo, que se baseia numa amostragem aleatória, pois o valor de uma variável estocástica é obtido aleatoriamente, a partir de sua distribuição. A amostragem é feita para todas as variáveis básicas obtendo-se o valor de  $R$  e de  $S$ , posteriormente a função estado limite é avaliada através da equação (2.14).

Considera-se que houve falha do sistema para todos os casos em que a função estado limite estiver nas condições representadas pela equação (2.13). Deste modo a probabilidade de rotura é dada por

$$p_f = \frac{n(R-S \leq 0)}{N} \quad (2.37)$$

em que  $n(R-S \leq 0)$  representa, de entre os  $N$  casos simulados, os casos em que houve rotura.

Neste método de simulação é importante ter conhecimento do número de simulações necessárias para obter um resultado fiável. De acordo com Laranja e Brito (2003) em 1964 Broding propôs que o número de simulações ( $N$ ) seja estimado através de acordo com a equação:

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{P_f} \quad (2.38)$$

onde  $c$  é o nível de confiança da estimativa da probabilidade de rotura. Outros autores sugerem um número de simulações ( $N$ ) entre  $1/P_f$  e  $10/P_f$  (Henriques, 1998).

O método de simulação de Monte Carlo embora de fácil execução apresenta a desvantagem do elevado esforço computacional necessário à obtenção de resultados

## 2.6.5 Fiabilidade de Sistemas Estruturais

Os métodos de fiabilidade anteriormente descritos são, em geral, aplicáveis a elementos isolados. Mas sendo uma estrutura é um conjunto de elementos, torna-se necessário a introdução do conceito de sistema estrutural, ou seja, uma estrutura composta por vários elementos singulares. Num sistema, a rotura de um elemento não significa necessariamente a rotura de toda a estrutura.

Os sistemas estruturais são geralmente classificados como:

- Sistemas em série;
- Sistemas em paralelo;
- Sistemas mistos.

De acordo com Henriques (1998) o seu estudo desenvolve-se através das seguintes etapas:

- Identificação dos modos de rotura;
- Determinação das probabilidades de rotura correspondentes a cada um dos modos de rotura;
- Combinação dos modos de rotura e avaliação da fiabilidade do sistema.

### 2.6.5.1 Sistemas em série

Os sistemas em série são caracterizados pelo facto da rotura de um elemento provocar a falha do sistema (Henriques, 1998).

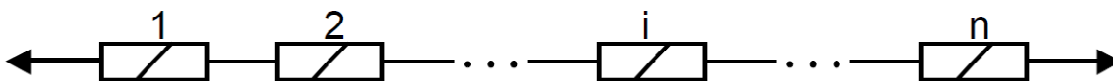


Figura 2.9 - Sistema em série (adaptada de Henriques, 1998).

A probabilidade de rotura de um sistema em série pode ser avaliada através da seguinte equação (JCSS, 2001a):

$$P_{f,sys} = P[\cup_{i=1}^m P_i] \quad (2.39)$$

onde  $P_i$  representa a probabilidade de rotura do elemento  $i$ . Considerando, como já referido, que a margem de segurança ( $Z$ ) é definida como  $Z=R-S$ , pode escrever-se ainda:

$$P_f[P_i] = P[Z_i \leq 0] = P(g_i(X) \leq 0) \approx P(\beta_i - \alpha_i^T U \leq 0) = \Phi(-\beta_i) \quad (2.40)$$

Aplicando as leis de Morgan à equação (2.39) e recorrendo à equação (2.40) é então possível escrever a probabilidade de rotura de um sistema, como:

$$P_{f \text{ sys}} \approx 1 - \Phi_m(\beta; \rho) \quad (2.41)$$

onde  $\Phi_m$  é a função distribuição da lei normal no espaço dimensional  $m$  e  $\rho$  é o coeficiente de correlação entre duas margens de segurança, linearizadas. Sendo duas margens de segurança definidas por:

$$Z_i = \beta_i - \alpha_i^T U \quad \text{e} \quad Z_j = \beta_j - \alpha_j^T U \quad (2.42)$$

O coeficiente de correlação entre as duas margens de segurança é então:

$$\rho_{ij} = \alpha_i^T \alpha_j \quad (2.43)$$

De acordo com Sørensen (2004) tem-se que:

$$\Phi_m(\beta; \rho) = \int_{-\infty}^{\beta_1} \int_{-\infty}^{\beta_2} \dots \int_{-\infty}^{\beta_m} f_m(x; \rho) dx_1 dx_2 \dots dx_m \quad (2.44)$$

onde  $f_m$  é a função de densidade da distribuição normal.

Mas como para várias variáveis o integral da equação (2.44) torna-se de complexa determinação, existem métodos de aproximação, para determinar a probabilidade de rotura do sistema. Sørensen (2004) distingue dois tipos de limites, os chamados limites simples e os limites de Ditlevsen.

- Limites simples

$$\max_{1 \leq i \leq m} P(Z_i \leq 0) \leq P_{f \text{ sys}} \leq \sum_{i=1}^m (P(Z_i \leq 0)) \quad (2.45)$$

- Limites de Ditlevsen, de acordo com o proposto por Sørensen (2004):

- o limite inferior é dado por:

$$P_{f \text{ sys}} \geq P(Z_1 \leq 0) + \sum_{i=2}^m \max \{P(Z_1 \leq 0) - \sum_{j=1}^{i-1} P(Z_i \leq 0 \cap Z_j \leq 0), 0\} \quad (2.46)$$

- sendo o limite superior:

$$P_{f \text{ sys}} \leq \sum_{i=1}^m P(Z_i \leq 0) - \sum_{i=2}^m \max_{j < i} \{P(Z_i \leq 0 \cap Z_j \leq 0)\} \quad (2.47)$$

- Em termos do índice de fiabilidade, para uma análise FORM os limites de Ditlevsen são dados por:

- limite inferior:

$$\Phi(-\beta_{\text{sys}}) \geq \Phi(-\beta_1) + \sum_{i=2}^m \max \{\Phi(-\beta_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho_{ij}), 0\} \quad (2.48)$$

- limite superior:

$$\Phi(-\beta_{\text{sys}}) \leq \sum_{i=1}^m \Phi(-\beta_i) - \sum_{i=2}^m \max_{j < i} \{\Phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho_{ij})\} \quad (2.49)$$

Sørensen (2004) mostra ainda que os seguintes limites existem:

$$\max (p_i, p_j) \leq \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho_{ij}) \leq p_i + p_j \quad (2.50)$$

E apresenta as seguintes equações para  $p_i$  e  $p_j$ :

$$p_i = \Phi(-\beta_i)\Phi(-\gamma_j) \quad \text{e} \quad p_j = \Phi(-\beta_j)\Phi(-\gamma_i) \quad (2.51)$$

onde:

$$\gamma_i = \frac{\beta_i - \rho_{ij}\beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \quad \text{e} \quad \gamma_j = \frac{\beta_j - \rho_{ij}\beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \quad (2.52)$$

Os limites de Ditlevsen são mais estreitos do que os limites simples, apresentando valores mais precisos da fiabilidade.

### 2.6.5.2 Sistemas em paralelo

Os sistemas em paralelo (Figura 2.10) caracterizam-se pelo facto da rotura de um elemento não resultar na falha total da estrutura. Se os elementos tiverem um comportamento dúctil é possível haver uma redistribuição de esforços após a falha de um elemento, sendo possível a estrutura resistir (Henriques, 1998). A rotura só acontece quando se cria um mecanismo, o que implica necessariamente a rotura de vários elementos.

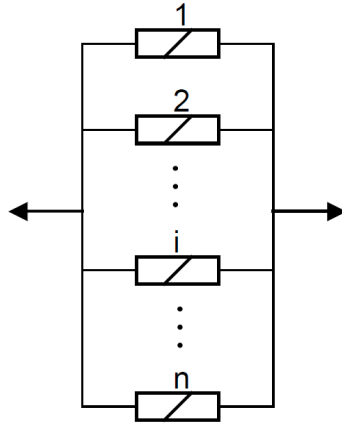


Figura 2.10 - Sistema em paralelo (adaptada de Henriques (1998)).

A probabilidade de falha do sistema de acordo com JCSS (2001a) pode ser avaliada como:

$$P_{f\ sys} = P[\cap_{i=1}^m P_i] = P[\cap_{i=1}^m Z_i \leq 0] \quad (2.53)$$

onde  $P_i$  representa a rotura do elemento  $i$ . Aplicando as leis de Morgan à equação (2.53) pode definir-se a probabilidade de rotura de um sistema em paralelo, através de uma aproximação de primeira ordem, como:

$$P_{f\ sys} \approx \Phi_m(-\beta; \rho) \quad (2.54)$$

onde  $\Phi_m$  é a função distribuição da lei normal, com dimensão  $m$  e  $\rho$  é o coeficiente de correlação entre duas margens de segurança, linearizadas.

Os limites simples são dados através de:

$$0 \leq P_{f\ sys} \leq \text{Min}_{1 \leq i \leq m} [P(Z_i)] \quad (2.55)$$

Devido à sua grande variação em vez dos limites da equação (2.55) utiliza-se um limite superior definido como:

$$P_{f\ sys} \leq \text{Min}_{1 \leq i, j \leq m} [P(Z_i \cap Z_j)] \quad (2.56)$$

## 2.7 Recomendações Normativas

Neste trabalho a verificação da segurança estrutural é feita recorrendo a métodos probabilísticos, através de uma análise probabilística simplificada. O JCSS (2001a; 2001b; 2002) é um código modelo que orienta a análise de segurança de um ponto de vista probabilístico, como tal é de todo o interesse seguir as recomendações aí contidas, a nível dos estados limites últimos, sendo este o critério de segurança utilizado neste trabalho.

Em termos de uma análise estrutural baseada em conceitos de fiabilidade, os critérios de verificação correspondem a uma fiabilidade mínima exigida, definida como fiabilidade alvo (JCSS, 2001a). O valor a ser considerado da fiabilidade alvo depende de diversos factores, tais como factores económicos, humanos e sociais. Assim, a discussão da fiabilidade alvo, de uma estrutura passa a ser, em parte, um problema de teor filosófico.

Deste modo o código modelo do JCSS (JCSS, 2001a) permite a definição de índices de fiabilidade alvo, mediante a consideração de dois parâmetros, as consequências da rotura ( $\rho$ ) e os custos relacionados com o aumento de segurança.

Assim, as consequências da rotura são medidas através de (JCSS, 2001a):

$$\rho = \frac{\text{Custos de construção} + \text{Custos da ruptura}}{\text{Custos de construção}}$$

E são divididas nas seguintes classes:

- 1) Consequências reduzidas ( $\rho < 2$ ) – as perdas humanas e as consequências económicas são consideradas pequenas ou insignificantes (como as estruturas agrícolas);
- 2) Consequências moderadas ( $2 < \rho < 5$ ) – as perdas humanas são médias e as consequências económicas são significativas (como edifícios de escritórios, indústria ou habitação);
- 3) Consequências graves ( $\rho > 5$ ) – as perdas humanas e as consequências económicas são elevadas (como grandes pontes, salas de espectáculos, hospitais).

Nas estruturas em que  $\rho$  é superior a 10 (como barragens ou centrais nucleares), o código modelo do JCSS (JCSS, 2001a) propõem uma análise custo-benefício cuidada. Em última análise, as consequências da rotura podem conduzir à não construção da estrutura.

Relativamente ao custo associado com o aumento de segurança estes podem ser classificados como (JCSS, 2001a) custos elevados (A), custos normais (B) ou custos reduzidos (C). O código modelo define os parâmetros unicamente para a classe B sendo caracterizada por coeficientes de variação de valor intermédio (compreendidos entre 0,1 e 0,3) e períodos comuns de vida útil das estruturas (50 anos). Nos casos em que os valores são diferentes o código modelo sugere uma alteração da classe relativamente ao custo associado.

O índice de fiabilidade pode ainda ser adaptado de acordo com o tipo de rotura, é compreensível que para uma estrutura do tipo frágil seja mais elevado do que para uma rotura dúctil, pois esta apresenta mais hipóteses de evacuação do local.

Na Tabela 2.2 são apresentados os índices de fiabilidade recomendados pelo regulamento para as várias situações referidas.

Tabela 2.2 - Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade  $\beta$  (estados limites últimos) (adaptada de CEN (2002)).

Classe de Consequências	Valores mínimos de $\beta$	
	Período de Referência de 1 ano	Período de Referência de 50 anos
Consequências reduzidas (RC3)	5,2	4,8
Consequências moderadas (RC2)	4,7	3,8
Consequências graves (RC1)	4,2	3,3

# Capítulo 3

## Robustez

### 3.1 Introdução

A robustez estrutural, de acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), é definida como a capacidade de uma estrutura para suportar eventos como incêndios, explosões, impactos, ou consequências do erro humano, sem sofrer danos desproporcionais em relação à causa original. Quando existe uma falha estrutural que resulta em danos muito superiores ao dano inicial, estamos presente uma situação com consequências desproporcionadas. Um exemplo deste tipo de consequências é o colapso progressivo, onde o dano num elemento estrutural leva à falha de elementos estruturais periféricos causando o colapso parcial ou total da estrutura.

O colapso progressivo é a consequência mais gravosa, ao nível estrutural, de uma estrutura não robusta. O interesse no colapso progressivo numa perspectiva de segurança estrutural surgiu com o colapso parcial do edifício Ronan Point em Londres, em 1968 (Figura 3.1), onde uma explosão num andar causou o colapso, parcial, da estrutura subadjacente. Este incidente deveu-se à falta de capacidade da estrutura para suportar a eliminação repentina de um elemento estrutural.

De acordo com Canisius *et al.* (2007) o interesse da robustez advém da grande parte das falhas estruturais serem devidas a cargas inesperadas, erros de projecto, erros de execução, deterioração inesperada, ou falta de manutenção. Estes factores, embora previstos nos regulamentos, não possuem um formato de verificação específico, sendo por isso fontes de fraqueza na estrutura, introduzindo factores de incerteza na problemática da avaliação da segurança.

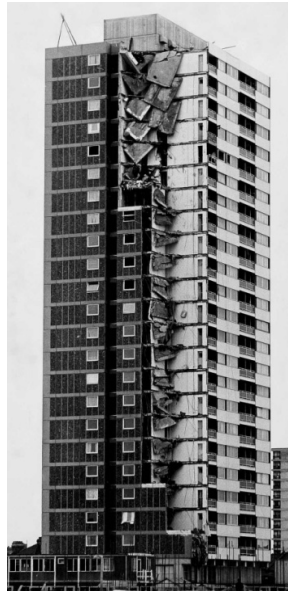


Figura 3.1 - Colapso parcial do edifício Ronan Point.

Como já referido os regulamentos existentes concentram-se na avaliação da segurança de elementos estruturais isolados, contudo um sistema estrutural é resultante de um conjunto de elementos interligados. Torna-se assim indispensável definir uma metodologia que permita avaliar a estrutura na sua globalidade para lá da consideração de elementos isolados.

## 3.2 Critérios de Dimensionamento

Os códigos actuais referem que a robustez deve ser considerada no dimensionamento de estruturas, mas não existem critérios definidos para a sua quantificação.

Um modo rápido e eficiente de verificar a robustez, é através da avaliação da segurança considerando a remoção de um elemento da estrutura. Se se verificar a segurança aos estados limites últimos durante um período de tempo considerado como aceitável, então poderá considerar-se a estrutura como robusta.

De acordo com Staroseek e Wolff (2005) o dimensionamento de uma estrutura, com a perspectiva de ser robusta deve considerar os seguintes critérios:

- 1) Necessidade da quantificação de resistência ao colapso
- 2) Dimensionamento



- 3) Medidas de melhoramento da robustez estrutural
- 4) Processos de verificação.

Inicialmente, para verificar a necessidade de quantificar a resistência ao colapso é necessário avaliar os danos materiais e humanos, bem como a exposição da estrutura a riscos naturais ou provocados pelo homem, como sabotagens ou ataques. Caso se verifique a necessidade de considerar a resistência ao colapso então deve-se ponderar a extensão dos danos que podem ocorrer, para se poder proceder ao dimensionamento da estrutura com a finalidade de obter um sistema robusto.

Uma ou várias das medidas apresentadas de seguida podem ser tidas em conta no dimensionamento de um sistema estrutural robusto (Canisius *et al.*, 2007):

- 1) Evitar ou reduzir a exposição a exposição;
- 2) Projectar a estrutura, ou os elementos principais, de modo a suportar o acréscimo de carga;
- 3) Dimensionar a estrutura para ter um nível mínimo de robustez oferecendo redundância e ductilidade, através de caminhos de carga ou disposições construtivas.

Para além destas três considerações, Staroseek e Wolff (2005) consideram também a possibilidade de dimensionar a estrutura de modo a isolar a falha por compartimentação, ou seja colocar libertações em certos locais que permitam colapsos parciais em locais que não afectem a robustez global. De acordo com Neves (2010b) na entrevista realizada ao professor Michael Faber, este refere que a verificação da segurança à robustez terá que considerar também medidas de protecção passiva, monitorização, controlo e organizativas.

### 3.3 Quantificação da Robustez

Na óptica deste trabalho interessa, considerar métodos para a quantificação da robustez em que seja considerada a variabilidade dos factores associados à segurança de uma estrutura. Deste modo, a quantificação da robustez com recurso à fiabilidade estrutural torna-se indispensável.

Uma das propostas de Fu e Frangopol (1989) para quantificar a robustez consistia na utilização de um índice de redundância definido como:

$$RI = \frac{P_{f(dmg)} - P_{f(sys)}}{P_{f(sys)}} \quad (3.1)$$

onde  $P_{f(dmg)}$  é a probabilidade de ocorrer danos no sistema, considerando dano, e  $P_{f(sys)}$  é a probabilidade de rotura do sistema intacto. Este índice indica a reserva de resistência do sistema, ou seja, a resistência global que ainda existe na estrutura após a ocorrência de um dano.

Outra proposta foi feita por Frangopol e Curley (1987), através do seguinte factor de redundância:

$$\beta_r = \frac{\beta_i}{\beta_i - \beta_d} \quad (3.2)$$

onde  $\beta_i$  representa o índice de fiabilidade da estrutura intacta e  $\beta_d$  é o índice de fiabilidade da estrutura danificada. O factor  $\beta_r$  toma valores entre zero, sistema privado de robustez, e infinito, sistema totalmente robusto.

Uma outra proposta para quantificar a robustez foi feita por Lind (1995) através da quantificação do índice de vulnerabilidade ( $V$ ):

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_0, S)} \quad (3.3)$$

O índice de vulnerabilidade traduz a relação entre a probabilidade de rotura de uma estrutura intacta  $r_0$ , e uma estrutura danificada  $r_d$ ,  $S$  representa as cargas actuantes.

Mais recentemente Baker *et al.* (2005) propuseram um novo método para quantificar a robustez. Este método considera que a ocorrência de um dano estrutural pode ter consequências directas (relativas ao dano inicial) ou indirectas (relativas às consequências directas). Deste modo o índice de robustez ( $I_R$ ) é definido como:

$$I_R = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}} \quad (3.4)$$

onde  $R_{Dir}$  é o risco directo e  $R_{Ind}$  é o indirecto. O índice de robustez ( $I_R$ ) varia entre zero e a unidade, sendo este o valor que define uma estrutura totalmente robusta. O índice de robustez é uma das formas mais racionais para quantificar a robustez, mas envolve alguma complexidade dada a necessidade de cálculo do risco directo e indirecto.

A vantagem de utilização do índice de robustez, relativamente às quantificações anteriormente referidas, é a incorporação do conceito de consequências indirectas, na sua formulação. Para um risco elevado associado às consequências indirectas a estrutura tem uma maior probabilidade de sofrer consequências desproporcionadas, tornando-a menos robusta (Canisius *et al.*, 2007). O índice de robustez ( $I_R$ ) pode ser utilizado também em situações de inspecção, manutenção, ou estratégias de reparação (Canisius *et al.*, 2007). No estudo da robustez, o risco é definido como a probabilidade de um dado evento ocorrer ( $P$ ) multiplicada pelas consequências dessa mesma ocorrência ( $C$ ).

De acordo com Baker *et al.* (2005) o risco directo e indirecto é definido através de:

$$R_{Dir} = \int_x \int_y C_{Dir} P(\bar{F}|D = y) P(D = y|EX_{BD} = x) P(EX_{BD} = x) dy dx \quad (3.5)$$

$$R_{Indir} = \int_x \int_y C_{Indir} P(F|D = y) P(D = y|EX_{BD} = x) P(EX_{BD} = x) dy dx \quad (3.6)$$

onde  $EX_{BD}$  representa a exposição antes do dano,  $D$  representa a ocorrência de dano,  $F$  é a falha do sistema,  $C_{Dir}$  são as consequências directas e  $C_{Ind}$  são as consequências indirectas.

A exposição é o acontecimento de um qualquer evento que tenha potencial de causar danos na estrutura, como valores de acções mais elevados do que os considerados no processo de

dimensionamento. No âmbito da robustez estrutural a sequência de eventos que leva ao colapso pode ser modelada de acordo com a figura seguinte:

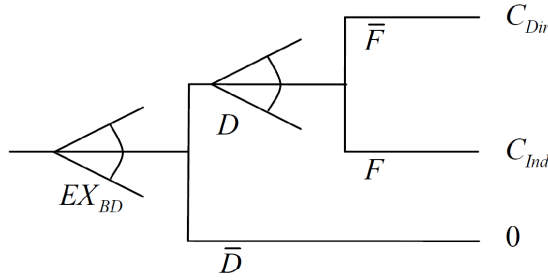


Figura 3.2 – Árvore de eventos para quantificação da robustez (adaptada de Baker *et al.* (2005)).

Quando não existe a necessidade de englobar vários tipos de informação na análise da robustez, uma forma expedita e rápida de avaliar a robustez, é baseado no proposto por Lind (1995), mas considera-se o índice de fiabilidade em vez da probabilidade de rotura. A robustez é então dada por:

$$R = \frac{\beta_d}{\beta_i} \quad (3.7)$$

onde  $\beta_i$  representa o índice de fiabilidade da estrutura intacta e  $\beta_d$  é o índice de fiabilidade da estrutura danificada. O factor  $R$  toma valores entre zero, sistema privado de robustez, e 1, sistema totalmente robusto. Existem casos onde o factor  $R$  ultrapasse o valor de 1, tal deve-se ao elemento analisado possuir um índice de fiabilidade muito superior ao requerido.

### 3.4 Teoria da Decisão na Robustez

Para tomar decisões relativamente a procedimento estruturais a adoptar de modo a obter um sistema estrutural robusto, tendo em conta todas as considerações feitas anteriormente, torna a formulação probabilística o meio mais viável para tratar as exposições a danos de um sistema.

De acordo com Sørensen e Christensen (2005) a probabilidade de colapso estrutural  $P(C)$  é definida como:

$$P(C) = \sum_i P(C|E_i \cap D_j) \cdot P(D_j|E_i) \cdot P(E_i) \quad (3.8)$$

onde  $P(E_i)$  representa a probabilidade de exposição dado elemento a um evento adverso, como alteração de funcionalidade da estrutura, erros de dimensionamento ou erros relacionados com os materiais e processos construtivos utilizados,  $P(D_j|E_i)$  é a probabilidade de danos em  $j$  na sequência de uma exposição  $E_i$ ,  $P(C|E_i \cap D_j)$  é a probabilidade de colapso na sequência de uma exposição  $E_i$  seguida do dano  $D_j$ .

Para diminuir a probabilidade de colapso e consequentemente aumentar a robustez Sørensen e Christensen (2005) propõem as seguintes medidas:

- 1) Reduzir uma ou mais probabilidades de exposição  $P(E_1)$ ,  $P(E_2)$ ,...;

- 2) Reduzir uma ou mais probabilidades de ocorrência de danos  $P(D_i|E_i)$ ,  $P(D_j|E_j)$ ,... ou reduzir a extensão desse danos. Por exemplo, através do reforço dos elementos estruturais principais;
- 3) Reduzir uma ou mais probabilidades de colapso  $P(C|E_i \cap D_i)$ ,  $P(C|E_j \cap D_j)$ ,.... Tal pode ser conseguido aumentando a redundância da estrutura.

A robustez estrutural, é uma propriedade de segurança desejada não só em estruturas de carácter especial, mas também a estruturas correntes. Actualmente, a sua consideração ultrapassa o âmbito da regulamentação em vigor. Introduzindo a robustez nos problemas de engenharia civil existe a possibilidade de efectuar uma análise de risco e fiabilidade permitindo assim a calibração da regulamentação. De acordo com Neves (2010b) na entrevista realizada ao professor Michael Faber, este afirma que se a calibração da regulamentação não for feita de um modo consistente pode levar a erros sistémicos em estruturas comuns e a graves erros em estruturas de carácter especial. O conhecimento, por parte dos engenheiros envolvidos no processo de dimensionamento, das características da robustez e dos processos envolvidos na sua consideração, é então uma mais-valia, levando a um dimensionamento mais eficiente e consistente. Para tal, torna-se necessário a criação de regulamentação que incorpore situações de colapso progressivo, deterioração dos materiais, manutenção, alteração de funcionalidades estruturais e processos de decisão, entre outros.

### 3.5 Robustez em Estruturas de Madeira

Nas últimas décadas tem sido desenvolvido um esforço para aumentar o conhecimento existente sobre a madeira, tornando o seu dimensionamento semelhante ao do betão e aço. Dada a grande variabilidade das propriedades da madeira e a sua grande dependência do historial de factores ambientais e de carregamento, o estudo da robustez para este tipo de material torna-se um pouco mais complexo do que o associado a outros materiais usados correntemente na construção.

O estudo da variabilidade das propriedades da madeira passa por um conhecimento tanto ao nível dependente como não dependente do tempo, sendo o caso dependente do tempo uma análise mais precisa e, ao mesmo tempo, mais complexa. Em Köhler (2006) é feita uma análise completa do material madeira, em que a inclusão de informação vai desde a inclusão de variáveis aleatórias básicas até informações mais completas como sendo a consideração da alteração das propriedades ao longo do tempo devido a factores ambientais e de carregamento. Outros trabalhos têm sido desenvolvidos em que são analisados casos reais de estruturas existentes como por exemplo em Vilarinho (2009), focando temas concretos como o estudo das madres em estruturas reticuladas como Silva (2010) e Dietsch (2009), a fiabilidade de estruturas de madeira sob cargas de longa duração (Svensson et al., 1999) e a modelação probabilística da classificação das propriedades da madeira (Faber et al., 2003).

# Capítulo 4

## A Madeira Estrutural

### 4.1 Introdução

Este capítulo tem como propósito apresentar uma caracterização da madeira enquanto material estrutural, bem como as suas características e propriedades, através de uma perspectiva normativa.

A madeira é um material natural que apresenta diversas vantagens de utilização, a nível ambiental, de trabalhabilidade, arquitectónicas e estruturais. Ambientalmente a madeira apresenta características muito favoráveis em relação ao betão, podendo ser considerado um material sustentável se existir uma correcta gestão do parque florestal. É um material renovável que requer muito pouca energia para ser transformada no produto final.

Características como a elevada relação resistência - peso, durabilidade e possibilidade de utilização como isolamento acústico e térmico fazem da madeira um material de construção bastante apelativo (Porteous e Kermani, 2007). As restrições de aplicação que existiam relativamente a dimensões de vão e aos efeitos dos defeitos naturais têm vindo a ser superadas por desenvolvimentos como técnicas de colagem de elementos laminados e juntas de ligação tipo “*finger joints*”. A durabilidade do

material também pode ser melhorada de um modo eficiente através de técnicas de secagem e de tratamentos químicos.

Contudo a madeira ainda não é utilizada no seu pleno potencial, em parte por não ser considerado um material competitivo com o betão e aço. Uma das principais razões advém da madeira ser um material complexo que necessita de um conhecimento bastante aprofundado para poder ser utilizado como material estrutural (Köhler, 2006). Esta lacuna tem vindo a ser colmatada através do uso do Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), tornando a aplicação empírica da madeira em estruturas obsoleta, dando ênfase ao dimensionamento normativo.

## 4.2 Composição

Uma árvore é composta pela raiz, tronco e copa. Sendo o tronco a parte útil para a produção de peças de madeira, será este o objecto de estudo.

A madeira é um sólido orgânico celular, constituído essencialmente por paredes celulares, em que a celulose é a principal substância de constituição. Caracteriza-se por uma elevada anisotropia resultante da orientação das células e comprimento das fibras. O comprimento das fibras longitudinais é superior ao comprimento das fibras transversais.

De acordo com Santos (2007) o tronco é um material essencialmente lenho-celulósico, com duas funções essenciais. Uma das funções é a condução da denominada seiva bruta, desde a raiz até ao sistema de elaboração fotossintética (folhas) e o transporte inverso da seiva sintetizada. Por outro lado, desempenha uma função de sustentação da copa onde se dá o armazenamento de metabolitos e de água.

De uma forma geral, as árvores são divididas em resinosas e folhosas. As resinosas são do subtipo gimnospérmico (plantas com sementes desprotegidas), possuem resina e têm folhas do tipo persistente, como pinheiro, abeto, cedro. As folhosas são da classe das dicotiledóneas (plantas com flor) e do subtipo angiospérmicas (plantas com sementes protegida por um fruto) as folhas podem ser do tipo perene ou caduca apresentando folhas geralmente planas e largas, como o castanheiro, eucalipto, carvalho, choupo.

A secção transversal de um tronco é caracterizada por várias zonas distintas (Figura 4.1), nomeadamente a casca, borne, cerne e medula. Estas zonas são compostas por anéis de crescimento, sendo formado um por ano. Os anéis de crescimento apresentam características diferentes de acordo com a estação do ano, a zona mais fina e escura correspondente ao crescimento durante o Outono e Inverno, enquanto a parte mais clara e espessa correspondente ao crescimento na Primavera e Verão. O borne e o cerne formam o denominado lenho que o tecido construtivo fundamental da madeira. O borne, parte exterior, apresenta uma cor clara e é formado por células vivas e activas, é o condutor da seiva bruta, desde as raízes até à copa. O cerne, parte

interior, de cor mais escura que o borne, é formado por células mortas. A casca protege o lenho e transporta seiva elaborada, seiva sintetizada, das folhas para o lenho do tronco. A medula é o núcleo do lenho, zona a partir da qual se desenvolveu o tronco da árvore.

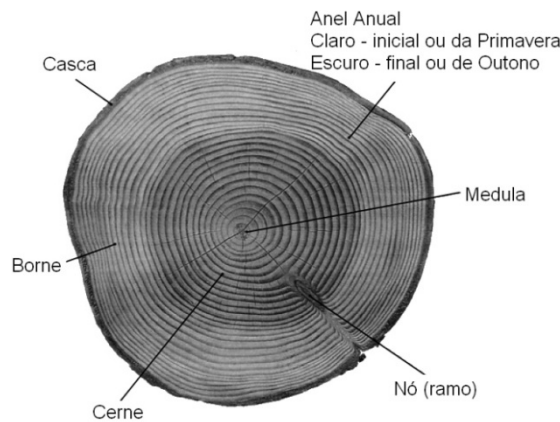


Figura 4.1 – Secção transversal de uma árvore resinosa.

## 4.3 Defeitos

Os defeitos são quaisquer características indesejáveis, anormais na estrutura da árvore, que provocam consideráveis alterações no comportamento físico-mecânico da peça. Têm origem no desenvolvimento da árvore ou no ataque de agentes biológicos. Os principais defeitos a salientar são os nós, fendas, fio inclinado e descaio.

Os nós são as ligações dos ramos com o tronco da árvore. Os ramos laterais surgem a partir da medula e vão aumentando de tamanho ao longo do tempo, tal como o tronco, fazendo com que o material proveniente do ramo preencha o espaço de crescimento deste, dentro do tronco (Köhler, 2006). Os nós podem ser classificados como, circulares (aspecto circular), elípticos (forma elíptica) e deitados (aparência de uma elipse distorcida). Em termos estéticos os nós deitados são os mais desfavoráveis, estruturalmente os nós circulares aparecem em maior percentagem na secção transversal da peça, afectando negativamente a resistência.

As fendas podem surgir devido a processos de secagem bruscos, desenvolvendo-se no sentido das fibras, da periferia para a medula. Árvores que durante o crescimento estiveram sujeitas a flexões frequentes também podem apresentar fendas, mas neste caso são fendas radiais e resultam da descolagem de camadas de crescimento consecutivas (Cruz e Nunes, 2006).

O fio inclinado resulta de maus planos de serragem ou de anomalias de crescimento da árvore, havendo mudança no sentido das fibras durante o crescimento. Diminui a resistência das peças tanto mais quanto maior for o ângulo do fio da madeira em relação ao eixo longitudinal, pois afastamo-nos da situação ideal da aplicação dos esforços paralelos ao fio da madeira (Cruz e Nunes, 2006).

O descaio é um defeito de laboração em que um canto da secção transversal se encontra arredondado. Implica dificuldades no processo de apoio, colagem ou fixação, apresentando uma diminuição de resistência.

## 4.4 Propriedades Físicas

De entre as várias propriedades físicas da madeira as mais importantes, por serem aquelas que interferem com o desempenho mecânico, são, o teor em água, a densidade e a retracção/dilatação (Santos, 2007).

O teor em água é definido como a relação entre o peso de água e o peso seco da madeira e é habitualmente expresso em termos percentuais. Para além da água existente na sua constituição a madeira tem a capacidade de absorver até um teor de aproximadamente 28%, o denominado ponto de saturação. A absorção de água por parte das paredes celulares provoca uma diminuição das propriedades mecânicas do material, sendo possível a sua redução através de processos de secagem (Köhler, 2006).

O peso específico ( $\rho$ ) é uma das propriedades mais importantes da madeira. Caracteriza-se como a relação entre a massa ( $m$ ) e o volume ( $V$ ) para um dado teor de humidade fixo (em geral 12%).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (4.1)$$

Um baixo valor do peso específico em relação ao módulo de elasticidade e resistência mecânica é um bom indicador para a utilização da madeira em aplicações estruturais (Rodrigues, 2004).

Devido à variabilidade do teor em água da madeira e da temperatura, a madeira sofre variações de dimensão. Sendo as variações devido à temperatura bastante pequenas, por norma são desprezadas (Dias, 2009). A retracção ocorre para variações de humidade entre os 0% e o ponto de saturação das fibras, sendo praticamente negligenciável na direcção longitudinal, é extremamente significativa na direcção transversal das fibras. Esta variação de dimensões quando provocada pela absorção de humidade designa-se por inchamento, sendo a contracção o processo inverso. De acordo com Rodrigues (2004) a retracção da madeira pode provocar na estrutura:

- Fendas nas zonas das fixações, devido a tensões nas ligações;
- Folgas nas ligações, quando a madeira contém um alto teor em água;
- Fendas de secagem, propiciando o ataque de organismos xilófagos.

Uma outra propriedade interessante na madeira é a sua capacidade resistente ser dependente da duração das acções. De acordo com o demonstrado em (Köhler, 2006), a madeira tem uma capacidade resistente superior para acções de curta duração, em comparação com a resistência a acções de longa duração.



## 4.5 Propriedades Mecânicas

Devido à formação de anéis diferentes durante o crescimento e à sua génese orgânica a madeira é um material heterogéneo e anisotrópico, não resistindo do mesmo modo a esforços nas diferentes direcções.

De uma forma natural, devido aos agentes climáticos a árvore encontra-se preparada para resistir a esforços de flexão, proporcionando uma relação resistência à flexão/peso próprio do material ideal para a utilização da madeira ao nível estrutural. Quanto maior esta relação melhor será o material, para utilização estrutural. Na Tabela 4.1 estão representados valores da referida relação, para alguns materiais.

Tabela 4.1 – Propriedades resistentes e da massa volúmica de alguns materiais estruturais.

<b>Material</b>	<b>Massa Volúmica [Kg/m<sup>3</sup>]</b>	<b>Tensão Resistente [MPa]</b>	<b>Tensão/ Massa Volúmica [10<sup>3</sup> MPa.m<sup>3</sup>/Kg]</b>
Aço Estrutural, tracção	7700	420-800	5-10
Alumínio	2700	100-300	4-11
Betão, compressão	2500	20-50	1-2
Madeira de conífera sem defeitos, traccionada na direcção das fibras	380-450	16.5-26	4-7
Madeira de conífera sem defeitos, traccionada na direcção transversal às fibras	380-450	24-31	5-8

Relativamente à compressão existem duas direcções principais onde esta pode ocorrer, paralela às fibras (compressão axial) com um comportamento linear numa primeira fase e não linear na segunda fase, ou perpendicular às fibras (compressão transversal) com um comportamento inicialmente linear, passando para um estado de esmagamento sem ser perceptível, de imediato, a rotura da peça. De um modo geral a resistência à compressão axial é bastante superior à compressão transversal.

A resistência à tracção da madeira, como a de compressão depende da direcção de aplicação. Na direcção longitudinal a relação entre a tensão e a deformação é praticamente linear até à rotura, na direcção transversal a resistência à tracção apresenta um comportamento elástico linear até à rotura que será frágil, devido ao número reduzido de fibras existente segundo esta direcção. A resistência à tracção é uma propriedade afectada de forma significativa pelos possíveis defeitos existentes na peça de madeira.

Uma outra propriedade mecânica importante é o módulo de elasticidade, que varia significativamente consoante o tipo de esforço aplicado.

Na resistência ao corte interessa definir, também, duas direcções, uma paralela à direcção das fibras (corte convencional) e outra perpendicular às fibras (provocando rotura das fibras). A situação de corte convencional apresenta valores superiores ao corte na direcção transversal e é também a mais frequente.

É importante, para uma análise de robustez, ter presente o tipo de rotura que a madeira apresenta face às diferentes solicitações. Na Tabela 4.2 estão representados os tipos de rotura para elementos de madeira lamelada colada, também denominados de Glulam. O tipo de rotura é importante para uma correcta consideração do elemento aquando do processo da teoria da decisão na robustez, na previsão de possibilidades de rotura.

Tabela 4.2 – Roturas em madeira lamelada colada associados às diferentes solicitações (adaptada de JCSS (2002)).

Tipo de Solicitação	Tipo de Rotura
Flexão	Frágil
Tracção, direcção das fibras	Frágil
Tracção, direcção perpendicular à das fibras	Frágil
Compressão, direcção das fibras	Dúctil
Compressão, direcção perpendicular à das fibras	Dúctil
Corte	Frágil

## 4.6 Elementos Lamelados Colados

O aparecimento da madeira lamelada-colada surgiu no início do sec. XX (1906) quando Otto Hetzer obteve uma patente para construções de madeira colada (Branco, 2006).

Os elementos de madeira lamelada colada são constituídos por lamelas de madeira sobrepostas e coladas sob pressão, com a orientação do fio segundo a direcção longitudinal. A sobreposição pode ser feita na vertical ou na horizontal, como indica a Figura 4.2, *em que curvatura dos anéis anuais é alternada entre as várias camadas de lamelas.*

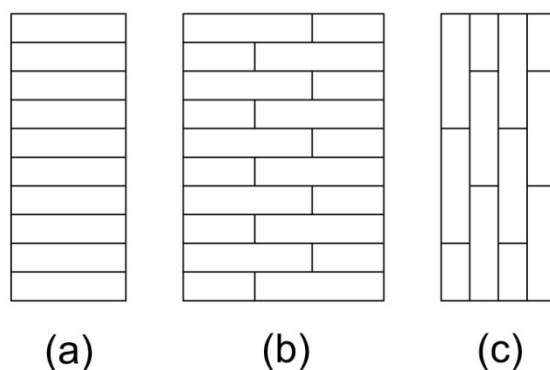


Figura 4.2 - Sobreposição das lamelas na vertical (a) e (b), e na horizontal (c).

Um conjunto de lamelas coladas constituem uma peça que, normalmente, não ultrapassa os 5m, mas podem ser ligadas várias peças deste tipo através dos topos executada por entalhes múltiplos, também designados “finger joints”.

Relativamente à madeira maciça, a madeira lamelada-colada apresenta diversas vantagens (Branco, 2006):

- Permite obter grandes comprimentos e grandes secções, impossíveis de obter com madeira maciça;
- Possibilidade de peças com inércia variável;
- As lamelas permitem o aumento da dispersão dos efeitos, reduzindo os pontos fracos;
- Este tipo de peças normalmente são mais homogêneas e, possivelmente, com características superiores às das lamelas que as compõem;
- Permite obter qualquer forma, o que possibilita variados padrões arquitectónicos.

Este tipo de material pode ser encontrado em duas constituições diferentes: madeira lamelada colada homogênea, em que as lamelas têm todas as mesmas propriedades mecânicas; e madeira lamelada colada combinada, em que as lamelas nas extremidades têm resistências superior. A variação de composição do material permite que ao serem colocadas lamelas de melhor qualidade nas fibras extremas e as menos resistentes na parte central haja um melhor aproveitamento da madeira, sem implicar diminuição de resistência à flexão, pois esta é necessária essencialmente nas extremidades.

Os elementos de madeira colada são classificados de acordo com o Eurocódigo 5 em função da resistência à flexão como se apresenta na Tabela 4.3

Tabela 4.3 - Classes de resistência de Glulam Homogêneo e Combinado (adaptada de Branco, 2006)

Classe de Resistência	Lamelada Colada Homogênea			Lamelada Colada Combinada		
	24h	28h	32h	24c	28c	32c
Resistência à Flexão ( $f_{m,k}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	24	28	32	24	28	32
Módulo de Elasticidade Médio ( $E_m$ ) [kN/mm <sup>2</sup> ]	11,6	12,6	13,7	11,6	12,6	13,7
Massa volúmica média ( $\rho_m$ ) [kg/m <sup>3</sup> ]	380	410	430	350	380	410
Resistência à tracção paralela ao fio ( $f_{t,0,k}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	16,5	19,5	22,5	14	16,5	19,5
Resistência à tracção perpendicular ao fio ( $f_{t,90,k}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	0,4	0,45	0,5	0,35	0,4	0,45
Resistência à compressão paralela ao fio ( $f_{c,0,k}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	24	26,5	29	21	24	26,5
Resistência à compressão perpendicular ao fio ( $f_{c,90,k}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	2,7	3,0	3,3	2,4	2,7	3,0
Módulo de Distorção Médio ( $G_m$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	720	780	850	590	720	780

## 4.7 Estruturas Porticadas e Ligações

Recentemente tem-se observado um aumento na utilização de estruturas porticadas em madeira construídas de acordo com processos normativos. Este tipo de estruturas é interessante em vários tipos de utilização, como sejam edifícios de habitação, industriais, comerciais, agrícolas, lazer e espaços sociais. A utilização de pórticos construídos com elementos estruturais de madeira lamelada colada conjuntamente com ligações tipo “finger joint” permite obter um desempenho estrutural competitivo com o betão e aço, possibilitando ainda a criação de espaços arquitetonicamente inovadores e sustentáveis.

Relativamente às ligações nas estruturas de madeira, estas desempenham um papel essencial no dimensionamento da estrutura.

De acordo com Dias (2009) as ligações em peças de madeira podem ser divididas em três tipos:

- Ligações tipo cavilha, são as ligações mais comuns, caracterizam-se por transmitirem esforços de flexão e corte, sendo materializadas, por exemplo, por pregos, agramos, parafusos e cavilhas;
- Ligações de contacto são ligações que transmitem os esforços através do contacto entre elementos de madeira ou elementos metálicos e elementos de madeira exemplo deste tipo de ligações são as placas dentadas, anéis, placas circulares, Chapas dentadas, placas pregadas, e ligações tradicionais;
- Os ligadores químicos são ligações realizadas através de colagem dos elementos de madeira.

As ligações químicas têm uma grande utilização em elementos lamelados colados, embora bastante eficiente, este tipo de ligação necessita de um rigoroso controlo de qualidade.

# Capítulo 5

## Modelação de Acção e Resistência

### 5.1 Introdução

A exactidão dos resultados obtidos de uma análise de segurança depende da modelação executada, esta deve ser suficientemente detalhada e estruturada para permitir um tratamento racional dos efeitos causados pelas acções e respectivas respostas estruturais do material. Além da correcta modelação da acção e da resistência, a correcta modelação do comportamento estrutural também é determinante para a obtenção de resultados correctos.

Este capítulo tem como objectivo apresentar a modelação das acções e efeitos da resistência em estruturas de madeira, de acordo com o proposto no Eurocodigo 5 (CEN, 2003b) e com uma análise probabilística.

## 5.2 Modelação da Acção

As acções contempladas neste trabalho são só as que podem ser analisadas tendo em conta o comportamento estático da estrutura, como é o caso da acção do peso próprio, da neve e do vento.

De acordo com o Eurocódigo 0 (CEN, 2002) as acções são classificadas pela sua variação no tempo da seguinte forma:

- Acções Permanentes (G) – Caracterizadas pela sua pequena variação no tempo. O exemplo mais característico deste tipo de acções é o peso próprio;
- Acções Variáveis (Q) – Representa as cargas impostas à estrutura como, por exemplo, a acção do vento e da neve. A variação em torno do seu valor médio é significativa;
- Acidentais (A) – Este tipo de acções têm baixa probabilidade de ocorrência, mas uma grande intensidade, exemplo disso são explosões e impactos de veículos.

A madeira é um material bastante sensível à duração das acções, provocando alterações em relação ao estado inicial da resistência e rigidez (Dias, 2009). Como tal o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) prevê uma classificação das acções dependente do tempo que estas actuam na estrutura (Tabela 5.1). Quando se considera a combinação de várias acções, segundo o ponto 3.1.3.(2) do Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), deve escolher-se a classe de duração correspondente à carga com a menor duração.

Tabela 5.1 - Classes de duração das acções (adaptada de CEN (2002)).

Classe de Duração	Duração da Carga	Exemplo de Acções
Permanente	Mais de 10 anos	Peso próprio
Longo Prazo	Entre 6 meses e 10 anos	Armazenamento
Médio Prazo	Entre 1 semana e 6 meses	Sobrecarga de utilização
Curto Prazo	Menos de 1 semana	Vento
Instantânea	Instantânea	Acção acidental

As acções permanentes consistem nos pesos próprios dos vários elementos estruturais e em carregamentos de carácter permanente.

A variabilidade associada a este tipo de acções advém essencialmente da variação do valor do peso volúmico que um mesmo material pode apresentar. No caso concreto da madeira, por ser proveniente de várias árvores e sendo um material natural, não é possível garantir invariabilidade do peso volúmico. As acções variáveis consideradas neste trabalho foram o vento e a acção da neve. Ao serem acções provocadas por agentes naturais, impossíveis de controlar pelo homem estão associadas uma variação de actuação tanto ao longo do tempo como relativamente ao valor considerado para a própria acção.

Relativamente às acções acidentais, estas não foram consideradas de forma directa no âmbito deste trabalho, optando-se por uma consideração de situações acidentais. Estas situações englobam o

comportamento estrutural após a ocorrência de uma falha na estrutura provocada por uma situação acidental ou por uma situação não considerada no projecto.

## 5.3 Modelação da Resistência

A modelação da resistência depende essencialmente das propriedades mecânicas dos materiais, dimensões e geometria dos elementos estruturais.

Para além da variação provocada pela duração do carregamento as propriedades da madeira variam também com a direcção do carregamento e condições ambientais. Deste modo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) define classes de serviço que se destinam a caracterizar valores de resistência para determinadas condições ambientais (Branco, 2006). De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) as estruturas devem ser inseridas numa das seguintes classes:

- Classe de serviço 1 - É caracterizada por um teor de água em equilíbrio nos materiais correspondente a uma temperatura de 20°C e a uma humidade relativa do ar que exceda os 65% apenas algumas semanas por ano, como por exemplo ambientes interiores com aquecimento;
- Classe de serviço 2 - É caracterizada por um teor de água em equilíbrio nos materiais correspondente a uma temperatura de 20°C e a uma humidade relativa do ar que exceda os 85% apenas algumas semanas por ano, como exemplo temos os ambientes exteriores abrigados sem exposição directa a focos de humidade ou contacto com o solo;
- Classe de serviço 3 - Apresenta um teor em água ao nível dos materiais superior aos verificados na classe de serviço 2, por exemplo ambientes onde existe exposição a focos de humidade e ou contacto com o solo.

Quando sujeita a carregamentos de longa duração a madeira perde até cerca de 40% da sua capacidade resistente inicial (Branco, 2006), para além da duração do carregamento a humidade presente no material também altera a resistência do material. Consequentemente é necessário considerar a influência destes dois factores (humidade e duração do carregamento) nas propriedades mecânicas da madeira de forma a ajustar as propriedades do material, este ajuste é concretizado através do factor de modificação da resistência ( $k_{mod}$ ).

## 5.4 Modelação Probabilística

A consideração da acção e da resistência com recurso a variáveis aleatórias implica uma modelação através de distribuições probabilísticas.

A modelação probabilística presente neste trabalho tem como base o código modelo do JCSS (JCSS, 2001a; 2001b; 2002), onde o modelo de resistência tem como base três propriedades de referência obtidas através de ensaios. As propriedades de referência são a tensão de rotura à flexão ( $f_m$ ), módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ ) e massa volúmica média ( $\rho_m$ ). Todas as outras propriedades da madeira são obtidas em função das propriedades de referência, através de relações estabelecidas com base em ensaios.

Na Tabela 5.2 encontram-se as relações entre as propriedades de referência e as restantes propriedades da madeira, descritas através de funções de densidade de probabilidade.

Relativamente às propriedades mecânicas da madeira o código modelo do JCSS prevê ainda uma medida da quantificação da relação entre as várias propriedades, através dos coeficientes de correlação. Os valores dos coeficientes de correlação para a madeira são apresentados na Tabela 5.3, onde 0,8 indica elevada correlação e 0,2 muito baixa correlação.

Tabela 5.2 – Funções densidade de probabilidade das propriedades mecânicas da madeira lamelada (adaptada de JCSS (2002)).

Propriedade	Distribuição	E[X]	COV[X]
Tensão de rotura à flexão ( $f_m$ )	Lognormal	$E[f_m]$	0,15
Módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ )	Lognormal	$E[E_m]$	0,13
Massa volúmica média ( $\rho_m$ )	Normal	$E[\rho_m]$	0,1
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio ( $f_{t,0}$ )	Lognormal	$0,6E[f_m]$	$1,2COV[f_m]$
Tensão de rotura à tracção perpendicular ao fio ( $f_{t,90}$ )	2-p Weibull	$0,015E[\rho_m]$	$2,5COV[\rho_m]$
Módulo de elasticidade à tracção paralela ao fio ( $E_{t,0}$ )	Lognormal	$E[E_m]$	$COV[E_m]$
Módulo de elasticidade à tracção perpendicular ao fio ( $E_{t,90}$ )	Lognormal	$E[E_m]/30$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio ( $f_{c,0}$ )	Lognormal	$5E[f_m]^{0,45}$	$0,8COV[f_m]$
Tensão de rotura à compressão perpendicular ao fio ( $f_{c,90}$ )	Normal	$0,008E[\rho_m]$	$COV[\rho_m]$
Módulo de distorção ( $G_v$ )	Lognormal	$E[E_m]/16$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura ao corte ( $f_v$ )	Lognormal	$0,2E[f_m]0,8$	$COV[f_m]$



Tabela 5.3 - Coeficiente de correlação entre as propriedades mecânicas da madeira (adaptada de JCSS (2002)).

	$f_m$	$E_m$	$\rho_m$	$f_{t,0}$	$f_{t,90}$	$E_{t,0}$	$E_{t,90}$	$f_{c,0}$	$f_{c,90}$	$G_v$	$f_v$
$f_m$	1	0,8	0,6	0,8	0,4	0,6	0,6	0,8	0,6	0,4	0,4
$E_m$	-	1	0,6	0,6	0,4	0,8	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
$\rho_m$	-	-	1	0,4	0,4	0,6	0,6	0,8	0,8	0,6	0,6
$f_{t,0}$	-	-	-	1	0,2	0,8	0,2	0,5	0,4	0,4	0,6
$f_{t,90}$	-	-	-	-	1	0,4	0,4	0,2	0,4	0,4	0,6
$E_{t,0}$	-	-	-	-	-	1	0,4	0,4	0,4	0,6	0,4
$E_{t,90}$	-	-	-	-	-	-	1	0,6	0,2	0,6	0,6
$f_{c,0}$	-	-	-	-	-	-	-	1	0,6	0,4	0,4
$f_{c,90}$	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0,4	0,4
$G_v$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0,6
$f_v$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1

## 5.5 Modelação da Segurança Estrutural

O modelo de segurança estrutural utilizado baseia-se na relação entre a resistência e as propriedades dos materiais, através de modelos de resistência. Este modelo é comum a várias filosofias de segurança como o método dos coeficientes parciais e o método de fiabilidade. Por este motivo a análise da segurança estrutural realizada neste trabalho, do ponto de vista probabilístico, utiliza as relações entre resistência e acção propostas pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), mas não utiliza os factores parciais de segurança, sendo a variabilidade associada às variáveis do problema considerada de forma directa.

A verificação da segurança estrutural incide sobre a análise dos estados limites últimos, por serem os mais condicionantes para uma estrutura.

O modelo de segurança proposto nos modelos actuais semi-probabilísticos é feito de acordo com:

$$\frac{R_k}{\gamma_R} \geq S_k \cdot \gamma_S \quad (5.1)$$

onde  $R_k$  representa o valor característico das resistências,  $S_k$  o valor característico das acções,  $\gamma_R$  é o coeficiente parcial de minoração das resistências e  $\gamma_S$  é o coeficiente de majoração das acções.

De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) as direcções numa peça de madeira estão de acordo com a Figura 5.1.

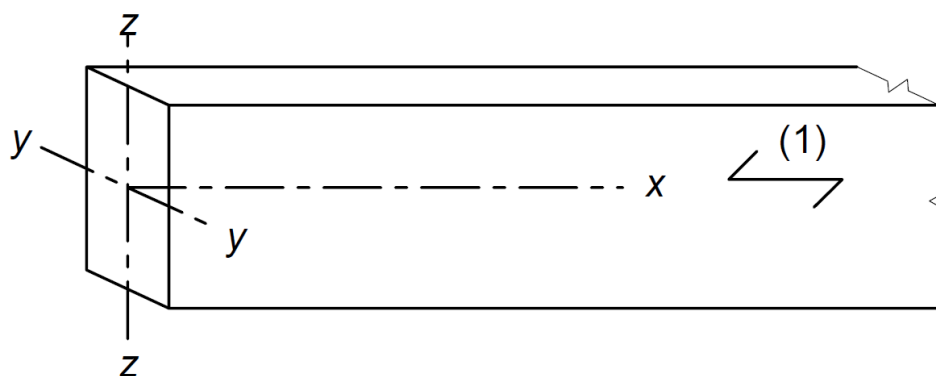


Figura 5.1 - Orientação dos eixos do elemento (adaptada de CEN (2003b)).

Na Figura 5.1, (1) representa a orientação principal das fibras, direcção paralela ao eixo do tronco da árvore. Devido à direcção das fibras os carregamentos provocam dois tipos diferentes de análises, uma para esforços paralelos às fibras e outra para esforços perpendiculares às fibras.

As verificações necessárias para o dimensionamento de peças de madeira, de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), são apresentadas no Anexo B.

### 5.5.1 Factores Parciais de Segurança

Os factores parciais de segurança têm como objectivo considerar o carácter probabilístico associado às acções e aos parâmetros de resistência, estes factores são calibrados através de uma análise de nível superior ao da análise que contemplam. Para os Eurocódigos a calibração dos factores é feita com recurso a um nível superior ao semi-probabilístico.

No âmbito deste trabalho, aquando da verificação da segurança através de uma análise probabilística a utilização dos factores parciais de segurança deixa de fazer sentido, não sendo por isso considerados. O carácter probabilístico das acções e dos parâmetros da resistência, neste caso, são considerados directamente na análise através da modelação da acção e da resistência de acordo com funções de densidade de probabilidade.

# Capítulo 6

## Exemplo de Aplicação

### 6.1 Introdução

Este capítulo tem como finalidade apresentar e descrever o caso de estudo adoptado neste trabalho, bem como os processos utilizados para a verificação da segurança.

A análise da segurança será feita de acordo com duas linhas de orientação, uma recorrendo ao método proposto pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) e outra através do método probabilístico simplificado. Neste último é considerada a variabilidade das variáveis, inerentes ao problema, através da técnica FORM, procedendo-se à avaliação da segurança através do conceito de fiabilidade estrutural.

A estrutura desenvolvida para este trabalho consiste num sistema porticado em madeira, constituído por pórticos ligados através de madres. Para proceder ao seu dimensionamento e respectiva análise da segurança, foram desenvolvidas ferramentas de cálculo em MATLAB® (Hanselman, 1997), especificamente para o efeito, que permitem efectuar os cálculos de dimensionamento e análise da segurança.

## 6.2 Descrição do problema

Actualmente a verificação da segurança em estruturas é feita, em geral, com recurso ao método dos coeficientes parciais de segurança. Como já referido, este método contempla só a verificação de elementos isolados sem nunca prever o comportamento global da estrutura, associado ao caminho das cargas na estrutura.

Perante tal facto e de acordo com o anteriormente descrito é importante a consideração de um método, para a análise da segurança, que preveja o comportamento global da estrutura. O método da fiabilidade estrutural permite tal procedimento, e possibilita uma análise mais precisa e racional, do que a resultante pelas aproximações feitas no Eurocódigo 5 através dos coeficientes parciais.

A utilização da fiabilidade estrutural de acordo com o método probabilístico simplificado vai permitir ainda que seja feita uma comparação entre o conceito de segurança implícito no Eurocódigo 5 e a verificação da segurança através do conceito de robustez estrutural.

## 6.3 Sistema Estrutural

Ao nível estrutural o factor mais relevante numa estrutura é que esta garanta a segurança perante todas as condições de carregamento susceptíveis de ocorrer. No caso concreto do exemplo adoptado para este trabalho a carga transmitida à estrutura é suportada por quatro pórticos espaçados de quatro metros, interligados por madres espaçadas de um metro como representado tridimensionalmente na Figura 6.1.

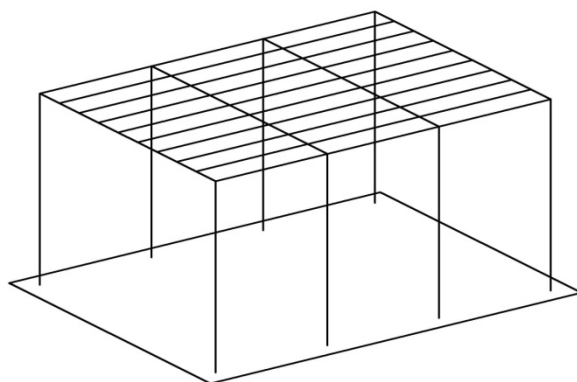


Figura 6.1 – Esquematização tridimensional da estrutura.

Cada um dos pórticos é constituído por uma viga de nove metros de comprimento e por dois pilares com uma altura de seis metros (Figura 6.2).

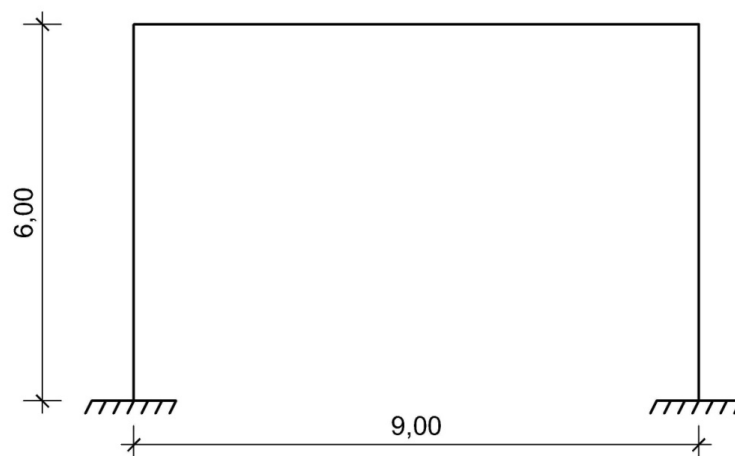


Figura 6.2 - Modelo de cálculo do pórtico.

As madres adoptadas são uma peça única e encontram-se apoiadas sobre as vigas, como representado na Figura 6.3.

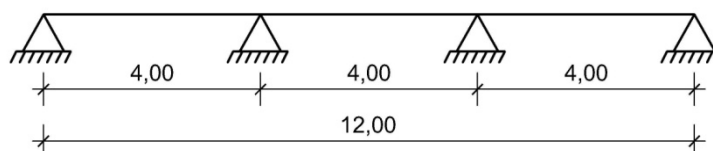


Figura 6.3 – Modelo de cálculo das madres

### 6.3.1 Modelo de Cálculo

Foram considerados dois modelos de cálculo, representativo do sistema estrutural global. O modelo de cálculo para as madres está de acordo com o representado na Figura 6.3, tendo associado uma área de influência de um metro. O pórtico tem um modelo de cálculo como representado na Figura 6.2 e tem uma área de influência de quatro metros.

## 6.4 Considerações Efectuadas

Para descrever completamente o problema é necessário fazer um enquadramento geográfico, climático para além da sua situação construtiva. Foi considerado então que a estrutura possui fachadas fechadas de permeabilidade semelhante com cobertura horizontal e localiza-se na zona da Guarda a uma altitude de mil metros. Tem uma Classe de Serviço 2 que é caracterizada por um teor de água da madeira correspondente a uma temperatura de 20°C e uma humidade relativa do ar ambiente excedendo 85% somente durante algumas semanas por ano. Para efeitos da quantificação do valor básico da velocidade de referência do vento,  $v_{b,0}$ , encontra-se numa Zona B.

Para o dimensionamento dos elementos viga e pilar o valor adoptado da carga permanente correspondente à cobertura e madres foi de 0.5 kN/m<sup>2</sup>, considerações feitas em Dietsch (2009). Para

o dimensionamento das madres o valor da carga permanente corresponde, unicamente, ao peso da cobertura, sendo considerado valor de  $0.45 \text{ kN/m}^2$ .

A classe e tipo de madeira utilizada foram uma madeira do tipo Glulam com classe de resistência 24h.

## 6.5 Acções Permanentes

As acções permanentes consideradas no exemplo são de dois tipos, o peso próprio e as restantes cargas permanentes (RCP).

O peso próprio considerado é referente ao peso dos elementos estruturais. A RCP considerada diz respeito à cobertura e madres ou só à cobertura, de acordo com o descrito na Secção 6.4.

Na Tabela 6.1 são apresentados os valores das cargas permanentes a ser utilizadas neste trabalho.

Tabela 6.1 - Quantificação das acções permanentes

Acção	Quantificação
Peso Próprio	$380 \text{ kg/m}^3$
RCP	$0.5 \text{ kN/m}^2$
RCP'	$0.45 \text{ kN/m}^2$

**Nota:** A RCP' é utilizada unicamente para o dimensionamento dos elementos madre.

## 6.6 Acções Variáveis

As acções variáveis consideradas neste trabalho são a neve e o vento. A sua consideração foi feita de acordo com o previsto no Eurocódigo 1 (CEN, 2003a e CEN, 2005).

### 6.6.1 Neve

A acção da neve é quantificada com base em dois valores, peso da neve ao nível do solo e peso ao nível da cobertura. A acção da neve ao nível da cobertura é considerada como uma carga distribuída ( $S_c$ ) cujo valor característico por metro quadrado no plano horizontal ao nível da cobertura, de acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) é dado por:

$$S_c = \mu_i C_e C_t S_k \quad (6.1)$$

onde  $\mu_i$  é o coeficiente de forma da cobertura,  $C_e$  é o coeficiente de exposição,  $C_t$  é o coeficiente térmico e  $S_k$  é o valor do peso da neve ao nível do solo.

A determinação dos parâmetros envolvidos na determinação da carga da neve ao nível da cobertura, de acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) encontra-se no Anexo B.

Para uma cobertura de acordo com o descrito na Secção 6.4 tem-se então,  $\mu_i=0.8$ ,  $C_e=1,0$  e  $C_i=1,0$ , as acções a considerar devido à acção da neve estão representadas na Tabela 6.2 e actuam uniformemente sobre a cobertura.

Tabela 6.2 - Quantificação da acção da neve.

Acção	Quantificação
Neve ao nível do Solo ( $S_k$ )	1.32 kN/m <sup>2</sup>
Neve ao nível da Cobertura ( $S_c$ )	1.27 kN/m <sup>2</sup>

## 6.6.2 Vento

O efeito da acção do vento depende essencialmente da velocidade do vento. O valor de referência da velocidade fundamental do vento ( $v_b$ ) é definido como (CEN, 2005):

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,0} \quad (6.2)$$

onde  $c_{dir}$  é o coeficiente de direcção e tem o valor recomendado de 1.0,  $c_{season}$  é o coeficiente de época do ano cujo valor recomendado é de 1.0 e  $v_{b,0}$  é o valor básico da velocidade de referência do vento.

A consideração da acção do vento, de acordo com as indicações normativas presentes no Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) é apresentada no Anexo C.

Para uma estrutura de acordo como a descrita na Secção 6.4 com uma localização pertencente à Zona B e com um terreno de Categoria II, a pressão dinâmica de pico à altura  $z$  está quantificada Tabela 6.3, bem como todos os factores de que depende.

Tabela 6.3 – Quantificação dos parâmetros para cálculo da pressão dinâmica de pico.

	$z$ [m]	$v_{b,0}$ [m/s]	$z_{min}$ [m]	$z_0$ [m]	$c_r$	$v_m$ [m/s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$q_p$ [kN/m <sup>2</sup> ]
Valor	6	30	3	0.05	0.9096	27.29	1.25	1.15

Os procedimentos de cálculo referentes à acção indicados anteriormente culminam na determinação da força aplicada à estrutura, esta força pode ser calculada somando as pressões aplicadas aos vários elementos da estrutura (Neves e Barbosa, 2010a). As pressões encontram-se divididas em:

- Pressões exteriores
- Pressões interiores
- Atrito

Neste trabalho a pressão devida ao atrito não foi considerada pois o seu valor pode ser desprezado.

A pressão exercida pelo vento nas superfícies exteriores,  $w_e$ , é dada por (CEN, 2005):

$$w_e = q_p(z_e)c_{pe} \quad (6.3)$$

onde  $c_{pe}$  é o coeficiente de pressão para a pressão exterior.

A pressão exercida pelo vento nas superfícies interiores,  $w_i$ , é dada por (CEN, 2005):

$$w_i = q_p(z_i)c_{pi} \quad (6.4)$$

onde  $c_{pi}$  é o coeficiente de pressão para a pressão interior.

De acordo com as considerações efectuadas no Anexo C os coeficientes de pressão externos são os apresentados na Tabela 6.4 para as paredes e na Tabela 6.5 para a cobertura.

Tabela 6.4 - Coeficientes de pressão exteriores nas paredes (adaptada do Quadro 7.1 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005)).

Zona	A	B	D	E
h/d	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$
0.67	-1.2	-1.4	+0.76	-0.41

Tabela 6.5 - Coeficientes de pressão exteriores na cobertura (adaptada do Quadro 7.2 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005)).

Cobertura com bordos em aresta viva	Zona			
	F	G	H	I
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$
	-1.8	-1.2	-0.7	+0.2
				-0.2

De acordo com a Equação 6.3 é possível determinar o valor das pressões exteriores, cujos valores se encontram representados na Tabela 6.6. O coeficiente de pressão é negativo se o vento provoca sucção e positivo se provoca pressão.

Tabela 6.6 – Pressões externas, por zonas.

Zona	Pressão exterior, $w_e$ [kN/m <sup>2</sup> ]
A	1.38
B	-0.92
D	0.87
E	-0.47
F	-2.06
G	-1.38
H	-0.80
I	±0.23

O coeficiente de pressão interior,  $c_{pi}$ , depende da dimensão e da distribuição das aberturas na envolvente do edifício. Neste caso vão existir dois índices de aberturas diferentes. um para quando o



coeficiente de pressão externa ( $c_{pe}$ ) na zona I da cobertura vale +0.2 e outro para quando na mesma zona o coeficiente vale -0.2. Os valores, possíveis, para os coeficiente de pressão interna são apresentados na Tabela 6.7 O processo de obtenção dos coeficientes de pressão interna encontra-se descrito no Anexo C. Os valores das pressões interiores, de acordo com a situação mais gravosa encontram-se na Tabela 6.8.

Tabela 6.7 - Coeficientes de pressão interior ( $c_{pi}$ ).

Coeficiente de pressão externa na Zona I ( $c_{pe}$ )	Coeficiente de pressão interior ( $c_{pi}$ )
+0.2	-0.16
-0.2	-0.29

Tabela 6.8 – Pressões internas, por zonas.

Zona	Pressão interna, $w_i$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Coeficiente de pressão externa na Zona I ( $c_{pe}$ )
Todas as Zonas exceptuando as Zonas D e I	-0.19	+0.2
Zonas D e I	-0.33	-0.2

As pressões totais são, então, obtidas através da soma das pressões externas e internas a que a estrutura está sujeita. Na Tabela 6.9 são apresentados os valores das pressões totais obtidas.

Tabela 6.9 – Pressões totais.

Zona	Pressão total [kN/m <sup>2</sup> ]
A	1.19
B	0.73
D	1.20
E	0.29
F	1.88
G	1.19
H	0.62
I	-0.56/-0.10

A representação esquemática das acções do vento, para a situação mais gravosa, é apresentada no Anexo C.

## 6.7 Situações Acidentais

A relação existente entre os vários elementos de uma estrutura é benéfica para uma transmissão de esforços eficiente, mas em situações de acidente em que ocorre rotura de um elemento a interligação dos elementos pode-se tornar prejudicial quando mal avaliada.

De modo a estudar as situações acidentais anteriormente referidas, de acordo com uma análise da robustez estrutural como descrito no Capítulo 3, procedeu-se à análise da distribuição de esforços, na estrutura, após a rotura de um dado elemento. Sendo a rotura simulada através da remoção completa de um elemento estrutural. Devido à simetria existente em relação ao plano longitudinal e transversal não foi necessário estudar a falha de todos os elementos, pois algumas situações acidentais são equivalentes em relação aos planos de simetria longitudinal e transversal.

Para além da remoção de elementos foi considerado ainda a falha na ligação viga-pilar, este tipo de falha pode ocorrer devido a falha humana aquando da construção da estrutura.

# Capítulo 7

## Dimensionamento Baseado em Coeficientes Parciais de Segurança

### 7.1 Introdução

A análise da segurança de acordo com o método dos coeficientes parciais é feita através da utilização de valores de cálculo, obtidos com recurso a coeficientes parciais e coeficientes  $\psi$ . Estes coeficientes são calibrados com base na experiência prática ou recorrendo à avaliação estatística de dados experimentais no contexto de uma teoria probabilística da fiabilidade (CEN, 2001).

O dimensionamento da estrutura, recorrendo aos modelos de cálculo e ao Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) é feita para elementos isolados, ou seja, procede-se ao dimensionamento da madre, viga e dos pilares em separado, garantindo a segurança da totalidade da estrutura através da verificação da segurança de cada um dos elementos estruturais.

A parte inicial deste trabalho consistiu no dimensionamento de uma estrutura de acordo com o previsto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b). O dimensionamento foi feito considerando os modelos de cálculo apresentados nas Figuras 6.2 e 6.3, sendo as acções consideradas, as apresentadas nas Tabelas 6.1, 6.2 e 6.9.

Para efectuar o dimensionamento da estrutura foi utilizado o programa SAP 2000® (CSI, 2004), a partir do qual foram obtidos os esforços actuantes. A dimensão dos vãos bem como as cargas actuantes apresentam características constantes. Deste modo o dimensionamento passa por obter secções transversais para os elementos que verifiquem a segurança, para tal foi utilizado um processo iterativo como descrito de seguida:

- 1) Arbitrar dimensões para as secções (rectangulares);
- 2) Determinar peso próprio do elemento, associado às dimensões das secções consideradas;
- 3) Definir secções e peso próprio dos elementos no programa SAP 2000®;
- 4) Obtenção dos esforços actuantes;
- 5) Avaliação da segurança estrutural, de acordo com o descrito na Secção 5.5;
- 6) Quando em 5) a segurança dos elementos não é verificada volta-se ao procedimento 1).

Para simplificar este processo iterativo foi desenvolvida uma ferramenta de cálculo no programa MATLAB® (Hanselman, 1997) que após a introdução dos esforços actuantes avalia a segurança, de todos os elementos da estrutura.

A disposição das secções dos elementos estruturais pode ser de vários tipos, dependendo da situação estrutural pretendida, contudo a mais natural e mais eficiente para absorção de esforços em pórticos como o analisado neste trabalho, é a que tem a altura da secção transversal como maior dimensão da secção, sendo por isso esta a disposição das secções utilizada no dimensionamento.

## 7.2 Parâmetros Resistentes

Neste exemplo foi considerada uma madeira do tipo Glulam de classe 24h. A escolha de madeira lamelada deve-se ao facto de este tipo de material ter vantagens a nível de utilização, produção e resistência em relação às peças de madeira sólida. Relativamente à classe de resistência esta é a mais comercializada para a generalidade das estruturas de madeira corrente.

Os parâmetros resistentes do material dependem da classe, como descrito na Secção 4.6. Na Tabela 4.3 são indicadas as propriedades mecânicas resistentes da madeira do tipo Glulam de classe 24h.

No caso do dimensionamento aos estados limites últimos o valor de cálculo de uma propriedade do material é definido como (CEN, 2003b):

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (7.1)$$

onde  $k_{mod}$  é o factor de modificação da resistência, ver Tabela 7.1,  $X_k$  é o valor característico da propriedade em questão e  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança relativo ao material que de acordo com a Tabela 7.3 do Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) é 1.25.

Tabela 7.1 - Valores do factor de modificação da resistência ( $k_{mod}$ ) para Glulam (adaptada de CEN, 2003b).

Classe de Duração	Classe de Serviço		
	1	2	3
Permanente	0.60	0.60	0.50
Longo Prazo	0.70	0.70	0.55
Médio Prazo	0.80	0.80	0.65
Curto Prazo	0.90	0.90	0.70
Instantânea	1.10	1.10	0.90

O Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) encontra-se calibrado para uma gama de valores específica. Assim quando as propriedades geométricas não se ajustam aos valores para os quais a Norma foi calibrada é necessário proceder a uma alteração dos valores resistentes. A alteração é feita aquando da alteração do valor de dimensionamento da tensão de flexão ( $f_{m,d}$ ) e da tensão tracção paralela às fibras ( $f_{t,0,d}$ ), em que os valores característicos  $f_{m,k}$  e  $f_{t,0,k}$  são multiplicadas pelo factor  $k_h$ , que tem em conta o efeito escala.

Para elementos de madeira lamelada colada rectangulares em que a altura da secção transversal em flexão ou a largura em tracção paralela às fibras é inferior a 600 mm, o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) considera que:

$$k_h = \min \left\{ \left( \frac{600}{h} \right)^{0.1} \right. \\ \left. 1.1 \right. \quad (7.2)$$

em que  $h$  é a altura de flexão, em milímetros na tensão de flexão e largura em tracção quando se considera a tracção paralela às fibras.

A madeira é um material não homogéneo, como tal as tensões de flexões resistentes devem incluir este efeito, para isso o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) prevê a utilização do factor  $k_m$  que permite a redistribuição das tensões de flexão na secção transversal da peça, cujos valores são apresentados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Valores de  $k_m$  (adaptada de CEN (2003b)).

Madeira lamelada, sólida e LVL	$k_m$
Secção rectangular	0.7
Outras secções	1.0

Sendo todas as secções consideradas neste trabalho rectangulares,  $k_m$  terá sempre o valor de 0.7.

Algumas vigas estão sujeitas a fenómenos de bambeamento, nestes casos o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) prevê a utilização do factor  $k_{crit}$ , que tem em conta a redução da resistência devida ao bambeamento.

Os valores de  $k_{crit}$  são obtidos através de:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{se } \lambda_{rel,m} \leq 0.75 \\ 1.56 - 0.75\lambda_{rel,m} & \text{se } 0.75 < \lambda_{rel,m} < 1.4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{se } 1.4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad (7.3)$$

onde  $\lambda_{rel,m}$  é a esbelteza relativa de flexão e é obtida através de:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (7.4)$$

## 7.3 Verificação da Segurança Considerando Modelo Plano

Como referido, o dimensionamento foi realizado através da ferramenta de cálculo desenvolvida em MATLAB® (Hanselman, 1997). Através da qual, de acordo com os esforços produzidos em função das secções consideradas, foram obtidas dimensões de secções que verificam a segurança no limite máximo admissível, de acordo com o previsto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b).

De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), o valor de dimensionamento do efeito das acções ( $E_d$ ) para os estados limites últimos é dado por:

$$E_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k \quad (7.5)$$

onde  $\gamma_G$  é o factor parcial para acções permanentes,  $G_k$  representa o efeito da acção permanente,  $\gamma_Q$  é o factor parcial para acções variáveis e  $Q_k$  representa o efeito da acção variável. Para uma análise dos estados limites últimos para uma situação EQU o Eurocódigo 0 (CEN, 2002) define  $\gamma_G=1.35$  e  $\gamma_Q=1.5$ .

Foram consideradas duas situações de dimensionamento, uma em que se considera a actuação da neve e outra em que é considerada a actuação do vento. Esta consideração em separado resulta de uma aproximação, permitindo uma análise mais simplificada do problema sem nunca deixar de parte os factores relevantes do dimensionamento.

As dimensões obtidas para os elementos estruturais através da ferramenta de cálculo anteriormente descrita são apresentadas na Tabela 7.3, estando de acordo com as considerações feitas no Capítulo 5, Capítulo 6 e Secção 7.2 como demonstrado posteriormente.

Tabela 7.3 – Dimensões dos elementos estruturais e das secções.

Elemento	Comprimento (L)	Secção	
		Altura (h)	Base (b)
Madre	12.0 m	140 mm	80 mm
Viga	9.0 m	340 mm	180 mm
Pilar	6.0 m	315 mm	255 mm

A carga transmitida à estrutura é então composta pelo conjunto das acções permanentes e das acções variáveis. No dimensionamento das madres as acções consideradas, a actuar sobre a madre, e respectivos valores encontram-se na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Acções de dimensionamento actuates na madre.

Acção	Cálculo	Valor
Peso próprio da madre	$0.140 \times 0.080 \times 9.81 \times 0.380 \times 1.35$	0.06 kN/m
RCP'	$0.45 \times 1.00 \times 1.35$	0.61 kN/m
Vento	$-1.88 \times 1.00 \times 1.5$	-2.82 kN/m
Neve	$1.27 \times 1.00 \times 1.5$	1.91 kN/m

Para o dimensionamento das vigas e dos pilares as RCP actuam unicamente sobre a viga, o peso próprio da viga actua ao longo da viga e o peso próprio do pilar é considerado ao longo do seu comprimento, os valores das acções permanentes de dimensionamento são apresentados na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Acções permanentes de dimensionamento actuates no pórtico.

Acção	Cálculo	Valor
Peso próprio da viga	$0.340 \times 0.180 \times 9.81 \times 0.380 \times 1.35$	0.31 kN/m
Peso próprio do pilar	$0.315 \times 0.255 \times 9.81 \times 0.380 \times 1.35$	0.40 kN/m
RCP	$0.5 \times 4.00 \times 1.35$	2.70 kN/m

As acções variáveis a considerar para o dimensionamento das vigas e dos pilares actuam unicamente sobre a viga e os seus valores de dimensionamento são apresentados na Tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Acções variáveis de dimensionamento actuantes no pórtico.

Acção	Actuação	Cálculo	Valor
Neve	Ao longo de toda a viga	$1.27 \times 4.00 \times 1.5$	7.62 kN/m
	Zona G e F	$-(1.88 \times 1.00 + 1.19 \times 3) \times 1.5$	-8.17 kN/m
	Zona H	$-0.62 \times 4.00 \times 1.5$	-3.70 kN/m
Vento	Zona I ( $0.56 \text{ kN/m}^2$ )	$0.56 \times 4 \times 1.5$	3.36 kN/m
	Zona I ( $0.10 \text{ kN/m}^2$ )	$0.10 \times 4 \times 1.5$	0.61 kN/m
	Zona D	$-1.20 \times 4.00 \times 1.5$	-7,18 kN/m
	Zona E	$-0.29 \times 4.00 \times 1.5$	-1,72 kN/m

**Notas:** O sinal (-) no valor de dimensionamento indica a actuação da força no sentido contrário ao sentido de cima para baixo ou da esquerda para a direita. As zonas em que foi dividida a estrutura são apresentadas no Anexo C. Na zona I é necessário avaliar os dois carregamentos de forma a perceber o mais gravoso para a estrutura.

As secções condicionantes para as madres são apresentadas na Figura 7.1

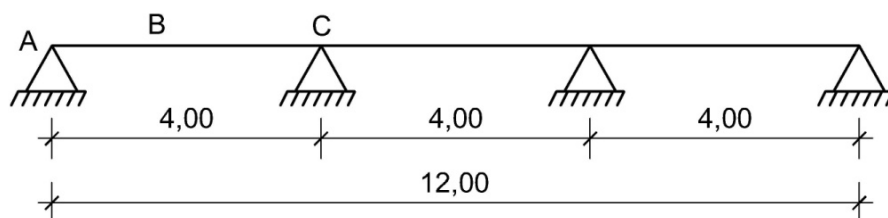


Figura 7.1 - Identificação das zonas condicionantes da madre.

Para o pórtico as secções condicionantes são as apresentadas na Figura 7.2.

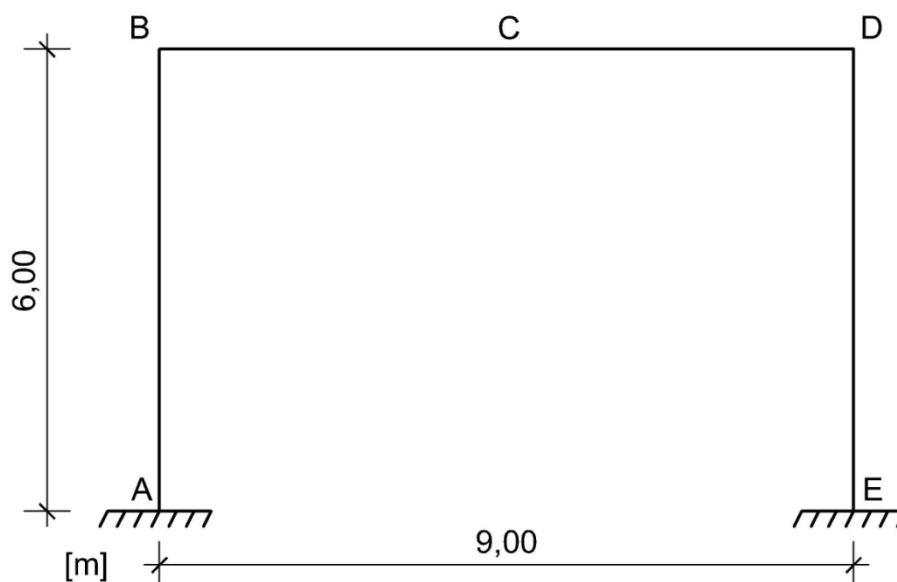


Figura 7.2 - Identificação das zonas condicionantes do pórtico.

De acordo com o carregamento referido nas Tabelas 7.4 a 7.6, foram obtidos os esforços máximos apresentados nas Tabelas 7.7 e 7.8, para a acção do vento e da neve, respectivamente.



Tabela 7.7 – Esforços actuantes e de dimensionamento para a actuação do vento.

Elemento	Esforço	Secção Transversal	Carregamento na zona I	$E_q$	$E_g$	$E_d$
Madre	Momento [kN.m]	A	3.36 kN/m	2.39	-0.63	2.74
		B	3.36 kN/m	2.22	-0.79	2.26
Viga	Momento [kN.m]	B	0.61 kN/m	23.13	-11.58	19.05
		D	3.36 kN/m	9.22	11.58	29.47
	Esforço Axial [kN]	-----	3.36 kN/m	2.64	2.89	-7.85
Pilar	Momento [kN.m]	A	0.61 kN/m	51.00	-5.74	68.75
		B	0.61 kN/m	23.13	-11.58	19.05
		D	3.36 kN/m	9.22	11.58	29.47
		E	3.36 kN/m	27.18	5.74	48.52
	Esforço Axial de Compressão [kN]	Pilar D-E	3.36 kN/m	4.03	11.82	-22.00
	Esforço Axial de Tracção [kN]	Pilar A-B	0.61 kN/m	16.26	-11.82	8.43

Tabela 7.8 – Esforços actuantes e de dimensionamento para a actuação da neve.

Elemento	Esforço	Zona	$E_q$	$E_g$	$E_d$
Madre	Momento [kN.m]	A	1.62	0.63	3.28
		B	2.03	0.79	4.11
Viga	Momento[kN.m]	C	26.41	11.58	55.25
		B,D	25.02	10.97	52.34
	Esforço Axial [kN]	-----	6.58	2.89	-13.77
Pilar	Momento [kN.m]	A	13.09	5.74	27.39
		B	26.41	11.58	55.25
	Esforço Axial de Compressão [kN]	-----	22.86	11.82	-50.25

### 7.3.1 Verificação da Segurança da Madre

Como visto anteriormente as tensões resistentes são afectadas de factores de modificações, para um melhor ajuste das propriedades do material às condições reais, para as madres os factores de modificação a utilizar estão apresentados na Tabela 7.9 e as tensões resistentes apresentadas na Tabela 7.10, obtidas através das equações indicadas no Anexo E.

Tabela 7.9 – Factores de modificação para a madre.

Propriedade	Valor
$k_{mod}$	0.8
$k_h$	1.1

Tabela 7.10 - Tensões resistentes das madres.

Tensão	Valor [MPa]
$f_{m,d}$	16.90
$f_{c,0,d}$	15.36
$f_{t,0,d}$	11.62

Interessa agora saber as tensões actuantes no elemento de modo a poder avaliar a segurança do mesmo. Para os elementos madre, de acordo com os esforços e dimensões da secção apresentadas anteriormente as tensões actuantes de dimensionamento são as apresentadas na Tabela 7.11.

Tabela 7.11 – Tensões actuantes nas madres.

Tensão	Valor [MPa]	
	Acção Vento	Acção Neve
$\sigma_{m,y,d}$	10.50	15.72

**Nota:** As tensões actuantes não apresentadas tomam o valor de zero.

Definidas todas as propriedades necessárias para a verificação da segurança do elemento é possível, então, efectuar a análise da segurança. A existência de esforços de flexão num único sentido (yy), encaminha a análise da segurança para uma verificação da flexão simples, na Tabela 7.12 é apresentado o valor da referida verificação, em que é feita uma relação entre o efeito das acções e a resistência, em que o valor limite para se verificar a segurança é 1.00, de acordo com as equações indicadas no Anexo E.

Tabela 7.12 – Análise da segurança da madre para o modelo plano.

Verificação	Valor	
	Acção Vento	Acção Neve
Flexão Simples	0.62	0.93

A segurança da madre, para o modelo plano, está então verificada, de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b).

### 7.3.2 Verificação da Segurança da Viga

De modo análogo ao procedimento utilizado para a verificação da segurança na madre, procede-se agora à verificação da segurança na viga. Os factores de modificação a considerar para a determinação das propriedades mecânicas resistentes da viga são apresentados na Tabela 7.13.

Tabela 7.13 - Factores de modificação a viga.

Propriedade	Valor
$k_{mod}$	0.8
$k_h$	1.06

Como o valor de  $k_h$  difere consoante as dimensões da secção, os valores para as tensões resistentes são diferentes dos obtidos para a madre, sendo para a viga os apresentados na Tabela 7.14, obtidas de acordo com as equações indicadas no Anexo E.

Tabela 7.14 – Tensões resistentes das vigas

Tensão	Valor [MPa]
$f_{m,d}$	16.26
$f_{c,0,d}$	15.36
$f_{t,0,d}$	11.18

Para as vigas a análise do modelo plano permitiu observar a existência de esforços de flexão segundo yy em conjunto com esforços axiais de compressão. A análise da segurança, condicionante para a viga, é feita de acordo com a verificação da flexão composta com compressão paralela às fibras.

Os valores das tensões actuantes necessários à análise da segurança, obtidos através dos esforços actuantes são apresentados na Tabela 7.15.

Tabela 7.15 - Tensões actuantes nas vigas.

Tensão	Valor [MPa]	
	Acção Vento	Acção Neve
$\sigma_{m,y,d}$	5.46	15.93
$\sigma_{c,0,d}$	0.13	0.23

Na Tabela 7.16 são apresentados os valores da verificação da segurança recorrendo a (5.12) para a direcção yy, em conjunto com os valores independentes da verificação da compressão e da flexão simples, de acordo com as equações indicadas no Anexo E.

Tabela 7.16 – Análise da segurança da viga para o modelo plano.

Verificação	Valor	
	Acção Vento	Acção Neve
Flexão Composta com Compressão Paralela às fibras	0.34	0.98

A análise da segurança da viga foi concordante com a verificação da segurança próximo do limite máximo permitido pelo Eurocódigo 5(CEN, 2003b).

### 7.3.3 Verificação da Segurança do Pilar

Para o dimensionamento dos pilares foi necessário incorporar na análise da segurança dois conjuntos diferentes de esforços, um composto por momento segundo a direcção  $yy$  e compressão, e outro composto por momento segundo a direcção  $yy$  e tracção. A tracção é provocada pelo efeito do vento na cobertura, pois trata-se de uma força ascendente. A verificação da segurança dos pilares vai então consistir na análise da flexão composta com compressão paralela às fibras e na flexão composta com tracção paralela às fibras, complementarmente é necessário fazer uma verificação da estabilidade do elemento.

Tabela 7.17 - Factores de modificação para o pilar.

Propriedade	Valor
$k_{mod}$	0.8
$k_h$	1.07
$\beta_c$	0.1

Através dos factores de modificação apresentados na Tabela 7.17, obtiveram-se as tensões resistentes do pilar presentes na Tabela 7.18, obtidas através das equações indicadas no Anexo E.

Tabela 7.18 – Tensões resistentes dos pilares.

Tensão	Valor [MPa]
$f_{m,d}$	16.38
$f_{c,0,d}$	15.36
$f_{t,0,d}$	11.26

Como referido anteriormente para proceder à análise da segurança do pilar a esforços compostos e proceder a uma avaliação da estabilidade do mesmo. Na Tabela 7.19 são apresentados os parâmetros geométricos necessários à escolha inicial da verificação a efectuar.

Tabela 7.19 - Parâmetros para análise da segurança dos pilares.

Propriedade	Valor
$\lambda_{rel,y}$	0.67
$\lambda_{rel,z}$	0.83
$k_{c,y}$	0.74
$k_{c,z}$	0.88

Como os valores da esbelteza relativa são superiores a 0.3, então a análise da segurança é feita recorrendo a (E.17) e (E.18) que contemplam a verificação do momento segundo a direcção mais condicionante para este modelo plano, direcção  $yy$ , em conjunto com a compressão e tracção, respectivamente.

As tensões actuantes nos pilares, provocadas pelas acções de dimensionamento, permanentes e acção do vento ou da neve são apresentadas na Tabela 7.20.

Tabela 7.20 – Tensões actuantes nos pilares.

Elemento	Tensão	Valor [MPa]	
		Acção Vento	Acção Neve
Pilar A - B	$\sigma_{m,y,d}$	16.30	----
	$\sigma_{t,0,d}$	0.11	----
Pilar D - E	$\sigma_{m,y,d}$	11.50	----
	$\sigma_{c,0,d}$	0.27	----
Pilar A – B e Pilar D - E	$\sigma_{m,y,d}$	----	13.10
	$\sigma_{c,0,d}$	----	0.63

A análise da segurança nos pilares é apresentada na Tabela 7.21, sendo apresentados os valores da flexão composta com compressão paralela às fibras e flexão composta com tracção paralela às fibras. O valor apresentado corresponde à relação entre o efeito das acções e a resistência, tendo como valor limite, para verificação da segurança, 1.00. Os valores foram obtidos através das equações presentes no Anexo E.

Tabela 7.21 – Análise da segurança dos pilares para o modelo plano.

Elemento	Verificação	Valor	
		Acção Vento	Acção Neve
Pilar A - B	Flexão Composta com Tracção Paralela às Fibras	1.00	---
Pilar D - E	Flexão Composta com Compressão Paralela às Fibras	0.72	----
Pilar A – B Pilar D - E	Flexão Composta com Compressão Paralela às Fibras	----	0.84

A segurança do pilar, para o modelo plano, encontra-se então verificada, estando no limite máximo permitido pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b).

## 7.4 Verificação Global da Segurança Estrutural

Neste capítulo é feita uma análise da segurança da estrutura tridimensional como representada na Figura 7.3.

A estrutura é composta por quatro pórticos espaçados de quatro metros. As madres, espaçadas de um metro, estão apoiadas sobre as vigas e estas por sua vez encontram-se apoiadas nos topos dos pilares. Os elementos encontram-se de acordo com o anteriormente descrito no presente Capítulo.

Após o dimensionamento da estrutura, como descrito na Secção 7.3 procedeu-se à análise da segurança, de acordo com o previsto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), ou seja a segurança da estrutura é garantida através da verificação da segurança de cada um dos elementos.

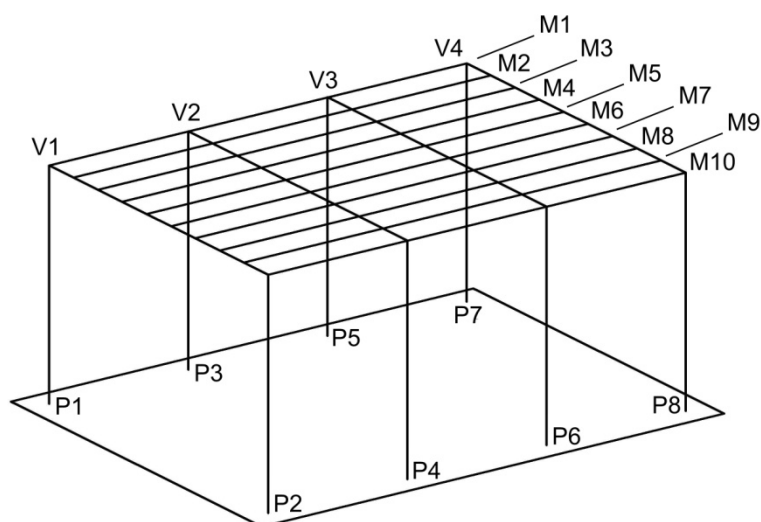


Figura 7.3 – Representação tridimensional da estrutura e identificação dos elementos.

As acções consideradas são apresentadas na Tabela 7.22, realça-se o facto de para o modelo tridimensional a restante carga permanente considerada corresponde unicamente ao peso da cobertura.

Tabela 7.22 – Resumo de acções de dimensionamento.

Acção	$E_d$	Zona de Actuação
Permanentes	RCP	0.61 kN/m <sup>2</sup>
	Peso próprio das madres	0.06 kN/m
	Peso próprio das vigas	0.31 kN/m
	Peso próprio dos pilares	0.40 kN/m
Vento	A	1.78 kN/m <sup>2</sup>
	B	1.10 kN/m <sup>2</sup>
	D	1.79 kN/m <sup>2</sup>
	E	0.43 kN/m <sup>2</sup>
	F	2.82 kN/m <sup>2</sup>
	G	1.78 kN/m <sup>2</sup>
	H	-0.93 kN/m <sup>2</sup>
	I	-0.84 kN/m <sup>2</sup> ou -0.15 kN/m <sup>2</sup>
Neve	1.91 kN/m <sup>2</sup>	Área total da cobertura

A análise global, embora mais complexa, é mais realista sendo considerada a interligação dos vários elementos e consequente distribuição de esforços, que não pode ser considerada através da análise dos pórticos de acordo com o modelo plano.

Depois de modelada a estrutura no programa SAP 2000® (CSI, 2004) foram obtidos os esforços actuantes, posteriormente foi feita uma análise da segurança para os elementos mais condicionantes em relação aos vários tipos de esforços desenvolvidos nos elementos. Os esforços máximos registados, para cada elemento são apresentados na Tabela 7.23.

Os elementos condicionantes de acordo com o esforço são apresentados na Tabela 7.24. Para cada um dos elementos condicionantes os esforços, no caso das acções permanentes em conjunto com a acção variável mais condicionante, encontram-se na Tabela 7.25

Tabela 7.23 – Esforços máximos para a estrutura.

Elemento	$M_{y,d}$ [kN.m]	$M_{z,d}$ [kN.m]	$N_{c,d}$ [kN]	$N_{t,d}$ [kN]
M1	1.82	1.88	-5.37	----
M2	2.90	0.39	----	10.83
M3	2.67	0.39	----	5.84
M4	2.66	0.38	----	3.31
M5	2.61	0.38	----	3.37
M6	2.61	0.38	----	3.38
M7	2.66	0.38	----	3.04
M8	2.67	0.38	----	2.66
M9	2.90	0.38	----	2.86
M10	1.74	0.86	----	1.69
V1	26.63	10.55	-6.64	----
V2	55.28	0.98	-13.78	----
V3	55.28	0.98	-13.78	----
V4	26.63	10.55	-6.64	----
P1	36.70	14.81	-25.55	6.63
P2	26.63	12.62	-25.55	----
P3	60.51	0.36	-51.32	6.43
P4	55.28	1.33	-51.32	----
P5	60.51	0.36	-51.32	6.43
P6	55.28	1.33	-51.32	----
P7	36.70	14.81	-25.55	6.63
P8	26.63	12.62	-25.55	----

Tabela 7.24 – Elementos condicionantes.

Esforço	Elemento	Valor	Local
Momento Flector Segundo yy [kN.m]	M2, M9	2.90	Ligação com V1
	V2, V3	55.28	Ligação com pilar P3, P5
	P3, P5	60.51	Base do pilar P3, P5
Momento Flector Segundo zz [kN.m]	M1	1.88	Ligação com V1
	V1, V4	10.55	Ligação com P1
	P1, P7	14.81	Base do pilar P1, P7
Esforço Axial de Compressão [kN]	M1	-5.37	Na zona S1
	V2, V3	-13.78	Ao longo de V2, V3
	P3, P4, P5, P6	-51.32	Ao longo de P3, P4, P5, P6
Esforço Axial de Tracção [kN]	M2	10.83	Na zona S1
	P1, P7	6.63	Ao longo de P1, P7

Tabela 7.25 – Esforços condicionantes.

Esforço	Elemento	M <sub>y,d</sub> [kN.m]		M <sub>z,d</sub> [kN.m]		N <sub>c,d</sub> [kN]		N <sub>t,d</sub> [kN]	
		Eq,d	Eg,d	Eq,d	Eg,d	Eq,d	Eg,d	Eq,d	Eg,d
Momento Flector Segundo yy	M2, M9	1.43	0.57	0.00	0.00	-0.18	-0.07	----	----
	V2, V3	26.55	11.44	0.01	0.00	-6.62	-2.85	----	----
	P3, P5	45.45	-5.67	0.13	0.01	----	----	15.00	- 11.90
Momento Flector Segundo zz	M1	1.20	-0.13	1.25	0.00	-2.84	-0.39	----	----
	V1	14.67	-5.96	-7.04	0.01	-0.09	-1.49	----	----
	P1	26.30	-2.96	9.02	0.95	10.27	-6.94	----	----
Esforço Axial de Compressão	M1	1.21	-0.13	1.24	0.00	-3.19	-0.43	----	----
	V2, V3	26.55	11.44	0.01	0.00	-6.62	-2.85	----	----
	P3, P4 P5, P6	26.55	11.44	0.06	0.02	- 23.50	- 11.90	----	----
Esforço Axial de Tracção	M2	1.90	-0.30	0.26	0.00	----	----	7.29	-0.07
	P1, P7	27.13	-2.96	8.93	0.95	----	----	10.66	-6.94

Para efectuar a análise da segurança destes elementos é necessário o conhecimento das tensões actuantes e resistentes dos mesmos, estas últimas são as apresentadas nas Tabelas 7.10, 7.14 e 7.18. As tensões actuantes de dimensionamento de acordo com os esforços da tabela anterior são apresentados na Tabela 7.26.



Tabela 7.26 – Tensões actuantes dos elementos condicionantes.

	Elemento	$\sigma_{m,y,d}$ [MPa]	$\sigma_{m,z,d}$ [MPa]	$\sigma_{c,0,d}$ [MPa]	$\sigma_{t,0,d}$ [MPa]
Momento Flector Segundo yy	M2, M9	11.10	0.02	0.00	0.03
	V2, V3	15.94	0.01	0.23	0.00
	P3, P5	15.25	0.07	0.00	0.09
Momento Flector Segundo zz	M1	6.22	12.56	0.43	0.00
	V1	4.03	5.75	0.04	0.00
	P1	8.93	4.90	0.08	0.00
Esforço Axial de Compressão	M1	6.27	12.48	0.48	0.00
	V2, V3	15.94	0.01	0.23	0.00
	P3, P4, P5, P6	6.91	0.02	0.68	0.00
Esforço Axial de Tracção	M2	9.37	2.62	0.00	0.97
	P1, P7	9.25	4.85	0.00	0.09

Como para o modelo plano a análise da segurança dos elementos é feita de acordo com a relação entre o efeito das acções e a resistência, tendo como valor limite, para verificação da segurança, 1.00. Para o conjunto de acções os valores, da verificação da segurança para o modelo global, são apresentados na Tabela 7.27.

Tabela 7.27 – Análise da segurança.

	Elemento	Flexão Composta com Compressão Paralela às Fibras		Flexão Composta com Tracção Paralela às Fibras	
		Direcção yy	Direcção zz	Direcção yy	Direcção zz
Momento Flector Segundo yy	M2, M9	0.66	0.46	0.66	0.46
	V2, V3	0.98	0.69	0.94	0.66
	P3, P5	0.93	0.66	0.94	0.66
Momento Flector Segundo zz	M1	0.89	1.00	0.89	1.00
	V1	0.50	0.53	0.50	0.53
	P1	0.76	0.69	0.75	0.68
Esforço Axial de Compressão	M1	0.89	1.00	0.89	1.00
	V2, V3	0.98	0.69	0.98	0.69
	P3, P4 P5, P6	0.85	0.61	0.80	0.56
Esforço Axial de Tracção	M2	0.66	0.54	0.75	0.63
	P1, P7	0.77	0.69	0.78	0.70

Deste modo verifica-se que a segurança é garantida para todos os elementos. Estamos assim perante uma estrutura que, de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) verifica a segurança para a acção accidental neve e para a acção accidental vento.

## 7.5 Esforços Actuantes e Análise da Segurança Global para a Acção da Neve

Como o presente trabalho consiste na análise de situações acidentais seguidas da actuação da acção neve. Na Tabela 7.28, são apresentados os esforços actuantes resultantes da acção da neve e das cargas permanentes.

A relação entre o efeito das acções e a resistência para a actuação da acção da neve em conjunto com as acções permanentes é apresentado na Tabela 7.29.

As vigas V1 e V3 são os elementos mais condicionantes da estrutura quando é considerada unicamente a actuação do peso da neve ao nível da cobertura com respectivas cargas permanentes associadas à estrutura. Este facto era já esperado pois as vigas têm como acção variável condicionante a acção da neve.

Tabela 7.28 – Esforços actuantes para a acção da neve em conjunto com as cargas permanentes.

Elemento	$M_{y,d}$ [kN.m]	$M_{z,d}$ [kN.m]	$N_{c,d}$ [kN]	$N_{t,d}$ [kN]
M1, M10	1.74	0.01	2.25	----
M2, M9	2.90	0.00	0.47	----
M3, M8	2.67	0.00	----	0.11
M4, M7	2.66	0.00	----	0.06
M5, M6	2.61	0.00	0.00	----
V1, V4	26.63	0.18	6.64	----
V2, V3	55.28	0.05	13.78	----
P1, P2, P7, P8	26.63	9.95	25.55	----
P3, P4, P5, P6	55.28	0.12	51.32	----

Tabela 7.29 – Análise da Segurança

Elemento	Flexão Composta com Compressão Paralela às Fibras		Flexão Composta com Tracção Paralela às Fibras	
	Direcção yy	Direcção zz	Direcção yy	Direcção zz
M1, M10	0.40	0.28	0.40	0.28
M2, M9	0.66	0.46	0.66	0.46
M3, M8	0.60	0.42	0.61	0.42
M4, M7	0.60	0.42	0.60	0.42
M5, M6	0.59	0.41	0.59	0.41
V1, V4	0.48	0.34	0.46	0.32
V2, V3	0.98	0.69	0.94	0.66
P1, P2, P7, P8	0.53	0.47	0.51	0.45
P3, P4, P5, P6	0.85	0.61	0.80	0.56

# Capítulo 8

## Fiabilidade Estrutural

### 8.1 Introdução

O objectivo deste trabalho é a análise da segurança da estrutura a situações acidentais, não consideradas no dimensionamento. Dadas as características das acções variáveis e a baixa probabilidade de ocorrência de uma situação acidental da neve simultaneamente com a actuação da acção variável do vento, só será objecto de modelação e análise a acção variável neve. Contudo a estrutura analisada será a que verifica a segurança para ambas as acções persistentes, neve e vento, de acordo com o descrito no Capítulo 6.

Neste capítulo será, então, tratado o problema, descrito no Capítulo 6, de acordo com os conceitos de probabilidade de rotura e dos princípios da fiabilidade estrutural. A análise irá processar-se de acordo com os princípios de resistência presentes no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) com o objectivo de obter uma função estado limite para posterior análise da fiabilidade estrutural através do índice de fiabilidade.

A implementação da análise da segurança estrutural de acordo com a técnica FORM foi realizada através de uma ferramenta de cálculo desenvolvida especificamente para este efeito. A ferramenta foi desenvolvida na plataforma MATLAB® (Hanselman, 1997) recorrendo a funções existentes na biblioteca do programa. A estrutura do programa consiste numa avaliação da margem de segurança,  $Z$ , da função estado limite de acordo com a técnica FORM.

## 8.2 Técnica FORM em MATLAB

Considerando a interpretação geométrica do índice de fiabilidade,  $\beta$ , como representado na Figura 2.6 em que  $\beta$  no espaço normalizado é a menor distância à função estado limite, utilizou-se a função “*fmincon*” para proceder à minimização da distância respeitando condições previamente impostas. O fluxograma da ferramenta de cálculo pode ser descrito como representado na Figura 8.1.

A minimização da distância à função margem de segurança é realizada no espaço normalizado, e segue o fluxograma apresentado na Figura 8.2.

A função estado limite foi obtida através dos princípios de resistência presentes no Anexo E, mas sem considerar os factores parciais de segurança, permitindo assim uma análise probabilística.

Os factores de modificação  $k_{mod}$ ,  $k_h$ ,  $k_m$ ,  $k_{cri}$ ,  $\beta_c$ ,  $K_{sys}$ , dada a sua elevada complexidade de modelação probabilística, saindo fora do âmbito deste trabalho, foram considerados como valores determinísticos, sendo o seu valor igual ao utilizado no Capítulo 7.

## 8.3 Acções Permanentes

As acções permanentes consideradas no exemplo são as restantes cargas permanentes (RCP) e o peso próprio, associado ao peso específico da madeira. Os valores esperados para cada uma das propriedades foram obtidos através do valor característico ou médio dependendo do valor apresentado no Eurocódigo 5. Para as acções, o valor característico, é definido como o valor cuja probabilidade de ser excedido é de 0.98. Recorrendo à definição de probabilidade acumulada e do coeficiente de variação obtiveram-se os parâmetros estatísticos associados a estas variáveis (Tabela 8.1). A metodologia empregue para determinação destes valores é apresentada no Anexo A.

Tabela 8.1 – Propriedades probabilísticas das acções permanentes.

Propriedade	Valor Característico	Distribuição	$\mu[x]$	$\sigma[x]$	CoV
Peso específico médio	380 kN/m <sup>3</sup>	Normal	315.25	31.53	0.1
RCP	0.45 kN/m <sup>2</sup>	Normal	0.415	0.042	0.1

## 8.4 Acções Variáveis

Como já referido só a acção variável neve será considerada. A metodologia proposta pelo código modelo JCSS (JCSS, 2001b) para modelação completa da acção da neve é realizada por um método que devido à sua complexidade, sai fora do âmbito deste trabalho. Contudo este mesmo código modelo define que a carga da neve ao nível do solo deve ser modelada através de uma distribuição do tipo Gamma. Considerou-se um coeficiente de variação de 0.4 para o peso da neve de acordo com Toratti *et al.* (2004). Outra proposta para a modelação da acção da neve, utilizada por Castanheta (2008) na calibração das normas portuguesas baseia-se na utilização de uma distribuição do tipo Gumbel, com coeficientes de variação de 0.23 para um período de retorno de 50 anos. Os parâmetros probabilísticos desta variável aleatória foram obtidos através do método descrito no Anexo D e são apresentados na Tabela 8.2. Devido à complexa modelação do coeficiente de exposição,  $C_e$ , coeficiente de forma para a carga da neve,  $\mu$ , e o coeficiente térmico,  $C_t$ , os valores considerados para estes parâmetros foram os mesmos utilizados para a verificação da segurança através do método dos coeficientes parciais. Tem-se então que  $\mu_1=0.8$ ,  $C_e=1,0$  e  $C_t=1,0$ .

Tabela 8.2 – Propriedades probabilísticas da acção da neve.

Distribuição	Valor Característico	Parametros		CoV
Gamma	1.27 kN/m <sup>2</sup>	a = 6.25	b = 0.1026	0.4
Gumbel		$\alpha = 0.7772$	$\zeta = 0.1263$	0.23

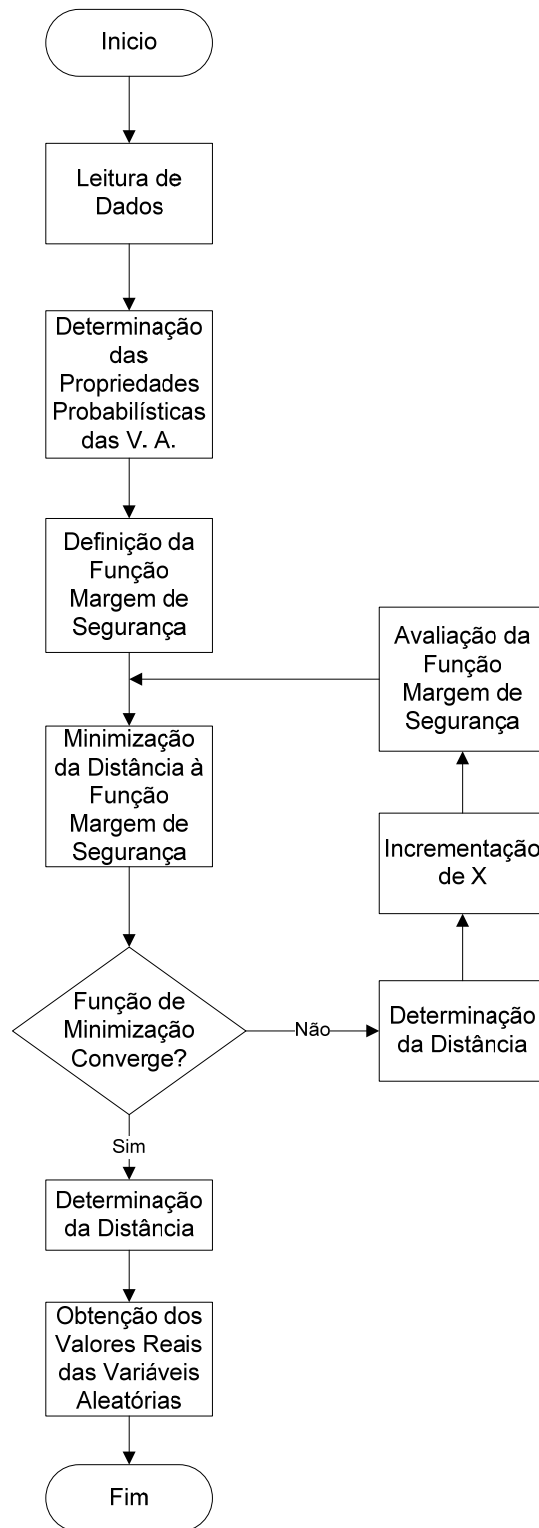


Figura 8.1 - Fluxograma da ferramenta de cálculo criada.

Relembra-se que a otimização é realizada no espaço normalizado. Assim, a avaliação da margem de segurança implica o cálculo dos valores das variáveis aleatórias no espaço original como se apresenta na Figura 8.2.

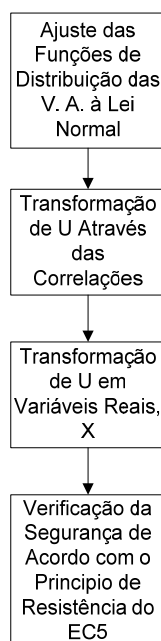


Figura 8.2 – Fluxograma do algoritmo de minimização.

## 8.5 Parâmetros Resistentes

No exemplo considerado neste trabalho os parâmetros resistentes são a tensão de flexão resistente, módulo de elasticidade à flexão, a tensão de compressão resistente paralela ao fio e a tensão de tracção resistente paralela ao fio, cujas propriedades probabilísticas se apresentam na Tabela 8.3. Os valores presentes nesta tabela são obtidos através do método descrito no Anexo D.

Os parâmetros utilizados na modelação probabilística das características resistentes, estão de acordo com o código modelo do JCSS (JCSS, 2002), apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 8.3 - Propriedades probabilísticas resistentes da madeira lamelada colada de classe 24h

Propriedade	Valor Característico	Distribuição	$\lambda$	$\theta$
Tensão de rotura à flexão ( $f_m$ )	24 N/mm <sup>2</sup>	Lognormal	3.4234	0.1492
Módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ )	9,4 kN/mm <sup>2</sup>	Lognormal	2.4426	0.1295
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio ( $f_{c,0}$ )	24 N/mm <sup>2</sup>	Lognormal	3.1478	0.1196
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio ( $f_{t,0}$ )	16,5 N/mm <sup>2</sup>	Lognormal	2.9078	0.1786

## 8.6 Implementação da Ferramenta de Cálculo

De acordo com o fluxograma apresentado na Figura 8.1 inicialmente é necessário introduzir os parâmetros de entrada, estes parâmetros são a classe de madeira Glulam utilizada e as secções das vigas e dos pilares. Após o “input” destes parâmetros é necessário introduzir a distribuição e valor característico associado a cada variável aleatória considerada. Posto isto, a ferramenta de cálculo determina o valor de cada variável aleatória que minimiza a margem de segurança e devolve o valor do índice de fiabilidade associado à respectiva função estado limite.

Os esforços necessários à resolução do problema foram obtidos através do programa SAP2000® (CSI, 2004), em que foi considerada uma carga unitária correspondente ao peso próprio de cada um dos elementos, à RCP e à acção da neve. Os esforços provocados por cada um dos componentes da estrutura nos elementos foram obtidos separadamente para possível introdução na ferramenta de determinação da fiabilidade. Com este processo é possível contabilizar independentemente cada uma das variáveis envolvidas no processo de verificação de segurança.

Os diferentes tipos de modelações propostos na bibliografia para a modelação da RCP e da neve levou a que fossem considerados quatro tipos de modelações diferentes para o problema, de acordo com o descrito na Tabela 8.4.

Tabela 8.4 – Tipos de modelação

Variáveis	Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
RCP	Determinística	Determinística	Normal	Normal
Neve	Gama	Gumbel	Gama	Gumbel
Peso específico	Normal	Normal	Normal	Normal
Tensão de rotura à flexão ( $f_m$ )	Lognormal	Lognormal	Lognormal	Lognormal
Módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ )	Lognormal	Lognormal	Lognormal	Lognormal
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio ( $f_{c,0}$ )	Lognormal	Lognormal	Lognormal	Lognormal
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio ( $f_{t,0}$ )	Lognormal	Lognormal	Lognormal	Lognormal



## 8.7 Índices de Fiabilidade da Estrutura Intacta

Utilizando o algoritmo de FORM apresentado anteriormente obtiveram-se os índices de fiabilidade, considerando o modelo plano e 3D, que se apresentam nas Tabelas 8.5 e 8.6.

Devido ao comportamento frágil da estrutura esta foi considerada como um sistema em série .

Tabela 8.5 – Índices de fiabilidade e limites de Ditlevsen associado ao modelo plano.

Elemento		Índice de Fiabilidade			
		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
Madre		6.62	6.77	6.70	6.85
Viga		6.46	6.62	6.56	6.71
Pilar		7.31	7.44	7.31	7.47
Limites de Ditlevsen	Inferior	6.416	6.573	6.508	6.662
	Superior	6.417	6.573	6.508	6.662

Os limites de Ditlevsen, independentemente da modelação considerada, apresentam um intervalo muito estreito. Os índices de fiabilidade são altos e relativamente uniformes o que indica que todos os elementos têm níveis de segurança semelhantes.

Para o modelo tridimensional, os índices de fiabilidade são apresentados na Tabela 8.6.

Tabela 8.6 – Índices de fiabilidade e limites de Ditlevsen associado ao modelo global.

Elemento		Índice de Fiabilidade			
		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1. M10		8.92	9.13	8.99	9.06
M2. M9		6.59	6.74	6.68	6.83
M3. M8		6.93	7.07	7.01	7.15
M4. M7		6.95	7.11	7.03	7.17
M5. M6		7.03	7.17	7.11	7.24
V1. V4		8.13	8.66	8.22	8.79
V2. V3		5.04	5.22	5.14	5.32
P1. P2. P7. P8		7.58	7.98	7.68	8.13
P3. P4. P5. P6		6.59	7.44	6.67	7.51
Limites de Ditlevsen	Inferior	4.91	5.09	5.01	5.20
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

No caso do modelo global, os limites de Ditlevsen, apresentam um intervalo superior ao verificado pelo modelo plano, devido ao aumento de elementos considerados. Os elementos passam de três, no

modelo plano, para vinte e dois no modelo global, criando uma maior incerteza relativamente ao índice de fiabilidade que é traduzida pelo aumento do intervalo dos limites de Ditlevsen.

Os elementos condicionantes para a estrutura intacta são a viga V2 e V3. Tal deve-se ao facto de estes elementos serem os mais esforçados. Seria de esperar que os elementos chave fossem os pilares, tal não acontece porque os pilares são dimensionados para a acção do vento.

Embora seja razoável considerar que a rotura ocorre no inverno com uma carga neve importante, é menos razoável considerar que ocorre simultaneamente com uma carga elevada de ventos.

### 8.7.1 Comparação Entre Método Probabilístico e Semi-Probabilístico

Para a estrutura intacta o valor máximo da relação acção/resistência de cada um dos elementos e respectivo índice de fiabilidade encontra-se apresentado na Tabela 8.7, pela análise desta tabela constata-se que a ordem crescente do valor da relação acção/resistência corresponde, para cada elemento, à ordem decrescente do valor do índice de fiabilidade.

Tabela 8.7 – Comparação entre índice de fiabilidade e relação acção/resistência.

Elemento	Acção/Resistência	Índice de fiabilidade			
		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1	0.49	8.92	9.13	8.99	9.06
M2	0.58	6.59	6.74	6.68	6.83
M3	0.54	6.93	7.07	7.01	7.15
M4	0.53	6.95	7.11	7.03	7.17
M5	0.52	7.03	7.17	7.11	7.24
M6	0.52	7.03	7.17	7.11	7.24
M7	0.53	6.95	7.11	7.03	7.17
M8	0.54	6.93	7.07	7.01	7.15
M9	0.58	6.59	6.74	6.68	6.83
M10	0.49	8.92	9.13	8.99	9.06
V1	0.44	8.13	8.66	8.22	8.79
V2	0.83	5.04	5.22	5.14	5.32
V3	0.83	5.04	5.22	5.14	5.32
V4	0.44	8.13	8.66	8.22	8.79
P1	0.48	7.58	7.98	7.68	8.13
P2	0.48	7.58	7.98	7.68	8.13
P3	0.73	6.59	7.44	6.67	7.51
P4	0.73	6.59	7.44	6.67	7.51
P5	0.73	6.59	7.44	6.67	7.51
P6	0.73	6.59	7.44	6.67	7.51
P7	0.48	7.58	7.98	7.68	8.13
P8	0.48	7.58	7.98	7.68	8.13

Os valores obtidos são sempre da verificação da segurança da flexão composta com compressão paralela às fibras ou da flexão composta com tracção paralela às fibras para a direcção yy ou zz.

Na Figura 8.3 é apresentado o índice de fiabilidade e o valor da relação acção/resistência para cada um dos elementos.

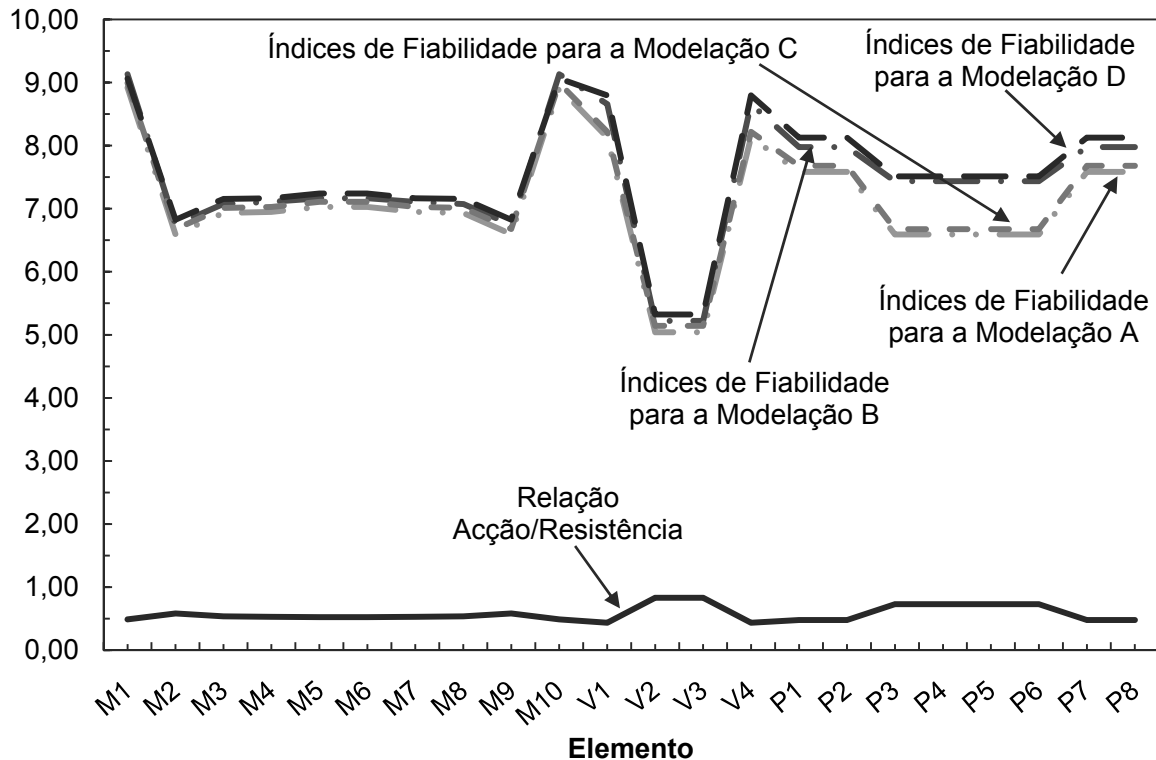


Figura 8.3 – Comparação do método semi-probabilístico com método probabilístico.

Pode-se observar que os índices de fiabilidade têm um comportamento idêntico ao comportamento dos valores da relação acção/resistência, obtendo-se índices de fiabilidade maiores para relações acção/resistência menores, como apresentado na Figura 8.3.

Analisando os valores dos índices de fiabilidade para o modelo plano constata-se que estes são superiores ao menor dos índices do modelo global. Por isso, também nesta comparação os índices de fiabilidade vão de encontro ao esperado, sendo que o dimensionamento é mais condicionante para um modelo plano do que para um modelo global.

## 8.8 Índices de Fiabilidade para Situações Acidentais

Nesta secção serão apresentados os índices de fiabilidade, através dos Limites de Ditlevsen, obtidos aquando da consideração de situações acidentais na estrutura intacta. Assim como para a estrutura intacta, nas situações acidentais foi sempre considerada a acção exercida pelo peso da neve ao nível da cobertura.

Como já referido a simetria geométrica e de carregamento da estrutura permite uma redução das situações a estudar de dez madres, quatro vigas e oito pilares para cinco madres, duas vigas e dois pilares. A situação de simetria encontra-se representada na Figura 8.4.

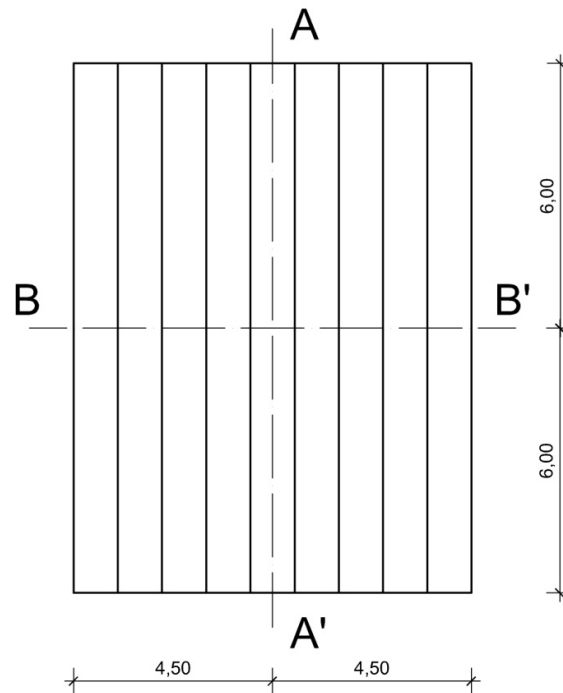


Figura 8.4 – Planos de simetria, longitudinal (AA') e transversal (BB').

As madres para além da sua identificação de M1 a M10 definiu-se ainda uma identificação de secções como representado na Figura 8.5 e na Tabela 8.8.

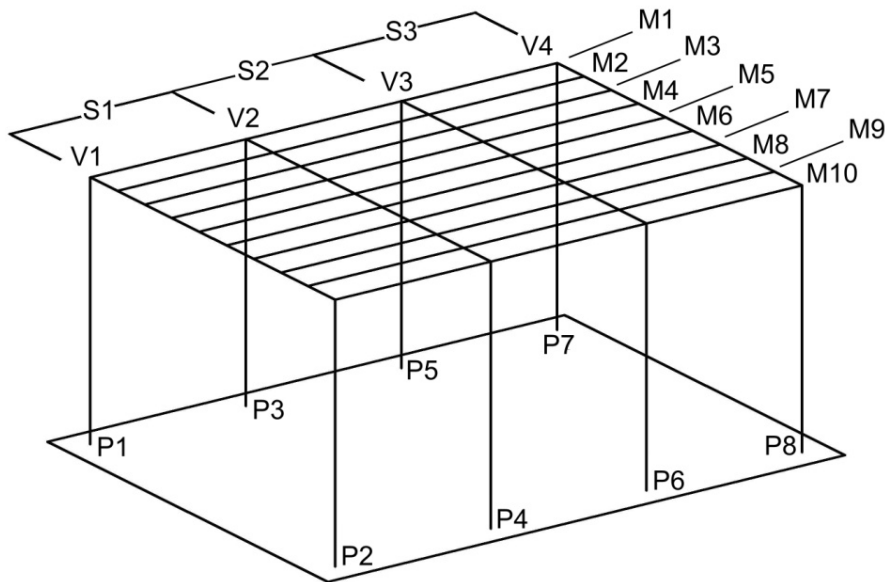


Figura 8.5 – Identificação das secções das madres.

Tabela 8.8- Identificação da divisão das madres.

<b>Secção</b>	<b>Limite Inicial</b>	<b>Limite Final</b>
S1	V1	V2
S2	V2	V3
S3	V3	V4

As situações acidentais são simuladas através da remoção de elementos, um de cada vez, ou simuladas pela introdução de rótulas na ligação viga-pilar.

Inicialmente foi considerada a falha dos elementos madre, devido às suas condições de apoio para estudar a rotura é necessário estudar três casos para cada um destes elementos, ou seja, a remoção da secção S1, S2 e S3 de cada uma das madres, M1 a M10. Devido à simetria pode-se reduzir a dois casos de falha para cada elemento madre, sendo que a remoção da secção S1 é equivalente à remoção de S3. Os índices de fiabilidade para a situação de falha nas madres revelou que este tipo de falha não provoca danos significativos na estrutura, os seus valores são apresentados no Anexo F. Os valores dos Limites de Ditlevsen são apresentados na Tabela 8.10.

Após o estudo da fiabilidade das madres foi feita a análise da fiabilidade dos elementos viga. Em vez da falha das quatro vigas, só é considerada a falha da viga V1 e V2 sendo que a remoção da viga V3 e V4 é equivalente à remoção da viga V2 e V1, respectivamente. Dadas as madres não terem uma influência significativa no comportamento da estrutura na Tabela 8.10 são apresentados só os valores referentes ao comportamento das vigas e pilares, sendo os Limites de Ditlevsen obtidos só para a consideração da interacção dos elementos vigas e pilares. Os valores dos índices de fiabilidade, globais, para esta situação de falha são apresentados no Anexo F.

Na remoção dos pilares também a simetria foi útil para reduzir os casos de estudo, fazendo com que as falhas fossem só consideradas para o pilar P1 e P3, sendo que todos os outros são equivalentes a um destes. Pelo mesmo motivo apresentado no estudo da remoção das vigas na Tabela 8.10 são só apresentados os valores dos Limites de Ditlevsen referentes à interacção dos elementos vigas e pilares. Os valores dos índices de fiabilidade, globais, para esta situação de falha são apresentados no Anexo F.

Por último foi feita a análise da fiabilidade para a perda de rigidez nas ligações viga-pilar, os valores obtidos para os respectivos Limites de Ditlevsen estão presentes na Tabela 8.10. Devido à simetria só foram considerados dois casos, rótula na ligação V1-P1 e na ligação V2-P3, os outros casos têm os mesmos planos de simetria dos utilizados para os pilares. Os valores dos índices de fiabilidade, globais, para esta situação de falha são apresentados no Anexo F.

Na Tabela 8.9 é apresentada a nomenclatura utilizada para identificar o tipo de falha considerada.

Tabela 8.9 – Nomenclatura e descrição das falhas.

Nomenclatura da Falha	Descrição da Falha
M1_S1	Falha da Secção S1 da Madre M1
M1_S2	Falha da Secção S1 da Madre M2
M2_S1	Falha da Secção S2 da Madre M1
M2_S2	Falha da Secção S2 da Madre M2
M3_S1	Falha da Secção S3 da Madre M1
M3_S2	Falha da Secção S3 da Madre M2
M4_S1	Falha da Secção S4 da Madre M1
M4_S2	Falha da Secção S4 da Madre M2
M5_S1	Falha da Secção S5 da Madre M1
M5_S2	Falha da Secção S5 da Madre M2
V1	Falha da Viga V1
V2	Falha da Viga V2
P1	Falha do Pilar P1
P3	Falha do Pilar P3
V1-P1	Perda de Rigidez na Ligação entre a Viga V1 e o Pilar P1
V2-P3	Perda de Rigidez na Ligação entre a Viga V2 e o Pilar P3

As situações acidentais para remoção de vigas, pilares e perda de rigidez na ligação viga-pilar são as mais gravosas. A remoção de pilares torna os pilares envolventes condicionantes, pois os esforços passam a ser encaminhados pelos elementos mais próximos. Quando existe uma falha em uma das vigas constata-se que também é a viga mais próxima que sofre um maior aumento de esforços. Para a perda de rigidez entre a viga e o pilar os elementos condicionantes são as vigas, já que, para a situação intacta, já era o elemento com um índice de fiabilidade menor.

Tabela 8.10 – Limites de Ditlevsen para as falhas consideradas.

Falha	Limites de Ditlevsen	Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D	Elemento Condicionante
M1-S1	Inferior	5.03	5.21	5.13	5.31	V3
	Superior	5.03	5.21	5.13	5.31	
M1-S2	Inferior	4.96	5.14	5.01	5.19	V2, V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M2-S1	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32	V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M2-S2	Inferior	4.91	5.15	5.01	5.25	V2, V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M3-S1	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32	V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M3-S2	Inferior	4.91	5.09	5.01	5.20	V2, V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M4-S1	Inferior	4.99	5.17	5.09	5.27	V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.33	
M4-S2	Inferior	4.91	5.09	5.01	5.20	V2, V3
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.33	
M5-S1	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32	V2
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32	
M5-S2	Inferior	4.91	5.10	5.07	5.20	V2, V3
	Superior	5.04	5.22	5.15	5.33	
V1	Inferior	2.57	2.63	2.79	2.87	V2
	Superior	2.75	2.80	2.89	2.97	
V2	Inferior	2.92	3.02	3.06	3.18	V3
	Superior	3.05	3.15	3.19	3.30	
P1	Inferior	3.61	3.76	3.73	3.89	P3
	Superior	3.62	3.76	3.74	3.89	
P3	Inferior	3.49	3.64	3.61	3.77	P5
	Superior	3.51	3.65	3.63	3.78	
V1-P1	Inferior	4.77	5.21	4.83	5.01	V2
	Superior	4.77	5.21	4.83	5.01	
V2-P3	Inferior	3.93	4.10	4.08	4.25	V2
	Superior	3.98	4.13	4.09	4.26	

## 8.9 Índices de Sensibilidade e Valores de Dimensionamento

As incertezas são representadas pelas variáveis aleatórias e quantas mais variáveis aleatórias, uma modelação considerar mais precisos são os seus resultados obtidos, como tal as modelações B e D são as mais completas. Como um dos objectivos deste trabalho passa por estabelecer uma comparação relativamente à verificação da segurança entre o método de fiabilidade FORM e os índices de fiabilidade alvo considerados no Eurocódigo 0 (CEN, 2002), os valores apresentados a partir deste ponto incidem só sobre a modelação D. Esta modelação é a que melhor se ajusta aos objectivos pretendidos.

Os valores de dimensionamento obtidos pela técnica FORM que originaram os índices de fiabilidade apresentados através dos Limites de Ditlevsen na Tabela 8.10 são agora apresentados na Tabela 8.11. Nesta tabela para além das situações de falha é considerada também a situação da estrutura intacta.

Tabela 8.11 – Valores de dimensionamento das variáveis aleatórias para a modelação D.

Situação	Elemento	Variáveis Aleatórias						
		$f_m^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_c^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\rho^*$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$S_c^*$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$E_m^*$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	RCP* [kN/m <sup>2</sup> ]
Intacta	V2, V3	19.48	23.37	18.33	316.38	2.28	----	0.38
M1-S1	V3	19.50	23.37	18.33	316.38	2.28	----	0.38
M1-S2	V2, V3	19.49	23.37	18.33	316.38	2.28	----	0.38
M2-S1	V3	19.48	23.37	18.33	316.39	2.28	----	0.38
M2-S2	V2, V3	19.48	23.37	18.33	316.37	2.28	----	0.38
M3-S1	V3	19.48	23.37	18.33	316.39	2.28	----	0.38
M3_S2	V2, V3	19.48	23.37	18.33	316.36	2.29	----	0.38
M4-S1	V2	19.48	23.37	18.33	316.35	2.29	----	0.38
M4-S2	V2, V3	19.48	23.37	18.33	316.35	2.29	----	0.38
M5-S1	V2	19.48	23.37	18.33	316.35	2.29	----	0.38
M5_S2	V2, V3	19.48	23.37	18.33	316.35	2.29	----	0.38
V1	V2	22.91	23.35	18.33	316.06	1.45	----	0.38
V2	V3	22.58	23.35	18.33	316.09	1.52	----	0.38
P1	P3	21.42	23.12	18.40	315.23	1.71	11.36	0.38
P3	P5	21.72	23.10	18.39	314.88	1.66	11.37	0.38
V1-P1	V2	19.93	23.38	18.33	316.43	2.16	----	0.38
V2-P3	V2	21.25	23.37	18.33	316.36	1.82	----	0.38

Nas Tabelas 8.12 e 8.13 são apresentados os valores de dimensionamento e característicos de acordo com o método dos coeficientes parciais.



Tabela 8.12 – Valor de dimensionamento das variáveis de acordo com o método dos coeficientes parciais.

Valor Característico das Variáveis						
$f_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$S_c$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$E_m$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	RCP [kN/m <sup>2</sup> ]
24	24	16.5	380	1.27	11.6	0.45

Tabela 8.13 – Valores característicos dos parâmetros de acordo com o método dos coeficientes parciais.

Elemento	Valor de Dimensionamento das Variáveis						
	$f_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$S_c$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$E_m$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	RCP [kN/m <sup>2</sup> ]
Madres	16.90		11.62				
Vigas	16.26	15.36	11.18	513	1.91	11.6	
Pilares	16.38		11.26				0.61

Comparando os valores das Tabelas 8.11 a 8.13 verifica-se que os valores de dimensionamento das variáveis aleatórias para a modelação D são, regra geral, inferiores aos valores obtidos pelo método dos coeficientes parciais, o que proporciona índices de fiabilidade maiores do que o definido como alvo pelo Eurocódigo 0 (CEN, 2002).

Os valores da tensão resistente de tracção  $f_t$  são uma excepção relativamente aos restantes resultados obtidos, pois apresentam sempre valores superiores. Este facto não foi possível de ser analisado mais aprofundadamente, mas sugere uma má aproximação entre os valores característicos das propriedades da madeira, considerada no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) e a aproximação feita pelo JCSS (2002).

Os índices de sensibilidade,  $\alpha$ , permitem avaliar a importância de uma dada variável na função estudada, neste caso a função estado limite. Na Tabela 8.14 são apresentados os factores de sensibilidade para o elemento condicionante nas várias situações consideradas neste trabalho, para a modelação D.

Os valores dos índices de sensibilidade para o caso intacto e para os casos em que foram simuladas falhas, são relativamente uniformes para o mesmo parâmetro, independentemente da distribuição de esforços a que a estrutura esteja sujeita. Os factores com maior impacto na fiabilidade são sempre a tensão resistente de flexão ( $f_m$ ) e a carga da neve ( $S_c$ ). Sabendo que a raiz quadrada da soma de cada factor ao quadrado terá que ser igual a 1, verifica-se que se forem só considerados os factores tensão resistente de flexão ( $f_m$ ) e carga da neve ( $S_c$ ) estamos já muito próximos da unidade. Este resultado é de certo modo expectável. Com efeito a resistência depende fundamentalmente do módulo de flexão e da acção da neve apresenta muito maior dispersão que as restantes variáveis aleatórias.

Tabela 8.14 – Índices de sensibilidade para a modelação D.

Situação	Elemento	Variáveis Aleatórias						
		$f_m^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_c^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\rho^*$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$S_c^*$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$E_m^*$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	RCP* [kN/m <sup>2</sup> ]
Intacta	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M1-S1	V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M1-S2	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M2-S1	V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M2-S2	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M3-S1	V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M3_S2	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M4-S1	V2	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M4-S2	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M5-S1	V2	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
M5_S2	V2, V3	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.05
V1	V2	0.60	0.01	0.00	0.01	0.80	----	0.08
V2	V3	0.59	0.01	0.00	0.01	0.80	----	0.08
P1	P3	0.58	0.00	0.00	0.00	0.81	0.00	0.04
P3	P5	0.60	0.02	0.01	0.00	0.80	0.02	0.07
V1-P1	V2	0.57	0.01	0.00	0.01	0.82	----	0.06
V2-P3	V2	0.58	0.01	0.00	0.01	0.81	----	0.06

## 8.10 Robustez Estrutural

A robustez estrutural foi avaliada de acordo com a Equação 3.7. Para a determinação dos valores de robustez foram utilizados os valores de índices de fiabilidade correspondentes à modelação D, pois trata-se da modelação mais completa e com resultados mais uniformes.

Na Tabela 8.15 são apresentados os índices de robustez para as falhas simuladas nos elementos madres. Na Tabela 8.16 são apresentados os índices de robustez referentes às restantes falhas referidas na Tabela 8.9.

Tabela 8.15 – Robustez da estrutura para remoção dos elementos madre.

Elemento	Elemento Removido									
	M1 S1	M1 S2	M2 S1	M2 S2	M3 S1	M3 S2	M4 S1	M4 S2	M5 S1	M5 S2
<b>M1</b>	1.01	0.98	0.88	1.02	1.00	1.02	1.00	1.00	1.00	0.99
<b>M2</b>	0.90	0.96	1.00	1.01	0.90	0.96	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>M3</b>	0.98	0.99	0.90	0.91	1.00	1.01	0.90	0.91	1.00	1.01
<b>M4</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	0.93	0.91	1.00	1.06	0.94	0.91
<b>M5</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.91	1.00	1.04
<b>M6</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.97	0.91
<b>M7</b>	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
<b>M8</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.01
<b>M9</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>M10</b>	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.00
<b>V1</b>	0.94	0.94	0.96	1.01	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
<b>V2</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>V3</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>V4</b>	1.00	0.94	0.94	1.01	0.95	0.95	0.95	0.95	0.96	0.95
<b>P1</b>	0.96	0.98	0.95	0.96	0.95	1.00	0.95	0.96	0.99	0.99
<b>P2</b>	0.96	1.00	0.96	0.98	1.00	1.00	0.99	0.99	0.96	0.96
<b>P3</b>	1.00	1.00	1.01	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.01	1.00
<b>P4</b>	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.01	1.00
<b>P5</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>P6</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
<b>P7</b>	0.96	0.98	0.98	0.96	0.96	1.00	0.99	0.96	0.99	0.99
<b>P8</b>	0.96	1.00	0.96	0.98	0.96	1.00	0.96	0.99	0.99	0.96

Tabela 8.16 – Robustez da estrutura para remoção dos elementos viga, pilar e falha na ligação viga-pilar.

Elemento	Elemento Removido					
	V1	V2	P1	P3	Rotula V1-P1	Rotula V2-P3
V1	Removido	0.63	0.56	0.69	0.77	0.82
V2	0.61	Removido	0.76	0.87	0.95	0.80
V3	1.18	0.65	1.03	0.75	1.00	0.90
V4	0.97	0.55	0.96	0.99	0.94	0.95
P1	1.51	0.55	Removido	0.57	1.40	0.92
P2	1.51	0.55	0.61	0.89	1.01	0.97
P3	0.41	2.36	0.54	Removido	0.95	1.33
P4	0.41	2.36	0.73	0.82	1.01	1.01
P5	0.94	0.47	1.12	0.52	1.00	0.91
P6	0.94	0.47	0.95	0.87	0.99	0.98
P7	1.03	1.10	1.00	0.99	0.96	0.99
P8	1.03	1.10	1.04	1.00	0.99	0.98

Dada a robustez ter sido avaliada de acordo com a Equação 3.7, todos os valores inferiores a 1.00 representam elementos cujos esforços aumentaram ou seja encontram-se mais esforçados do que na situação intacta, para valores superiores a 1.00 passa-se o oposto.

Na Figura 8.6 são apresentados os valores mínimos do índice de robustez para cada elemento de acordo com o tipo de falha apresentada na Tabela 8.9.

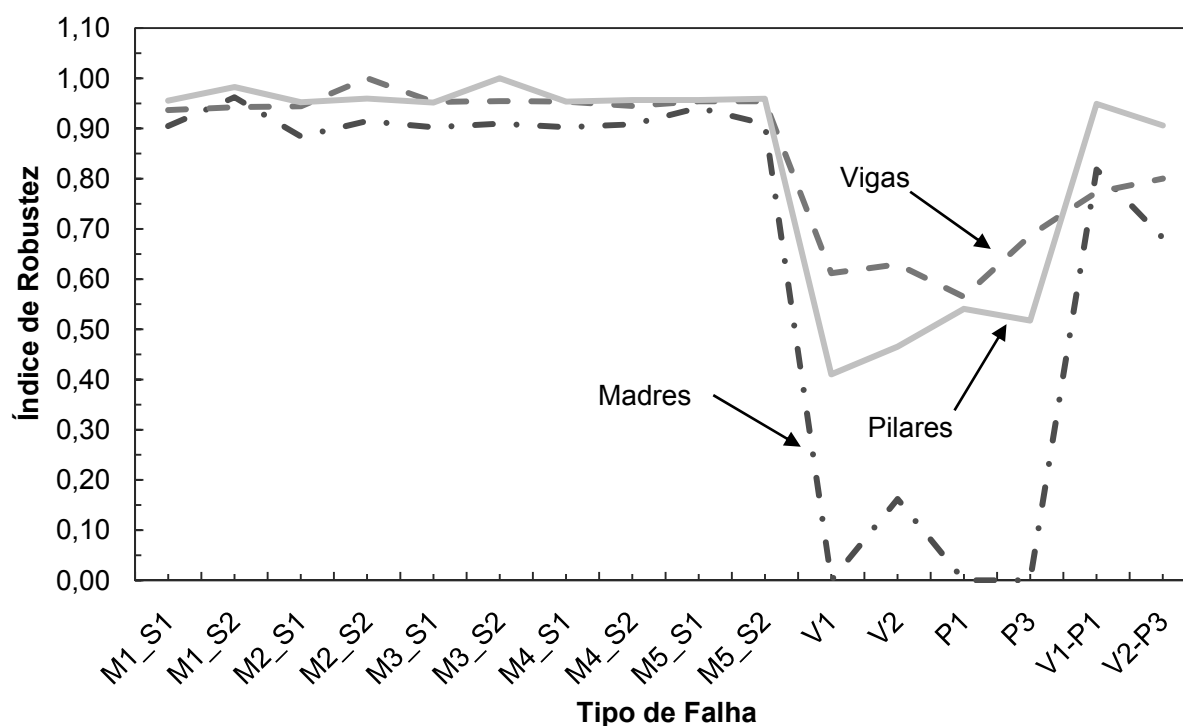


Figura 8.6 – Robustez mínima, de acordo com tipo de elemento e tipo de falha.

## 8.11 Análise de Resultados

De acordo com os índices de fiabilidade apresentados na secção anterior é possível constatar que as falhas de cada elemento provocam situações de carregamento distintas na estrutura.

De entre as quatro modelações a mais completa é a denominada de modelação D, que difere das restantes modelações pela consideração de uma incerteza relativamente às restantes cargas permanentes e por se efectuar uma modelação da carga da neve ao nível do solo de acordo com a calibração presente no Eurocódigo 0 (CEN, 2002) e Eurocódigo 1 (2003a). Este tipo de modelação para o peso da neve permite, então, uma mais fácil comparação de resultados.

No caso das falhas simuladas para os elementos madres, pode-se constatar que estas não têm uma influência significativa na estrutura. Pode-se comprovar isto através dos limites de Ditlevsen que para todas as situações de falha em secções das madres, encontram-se no intervalo dos limites de Ditlevsen da estrutura intacta.

Para o caso das falhas nas vigas e pilares, estas afectam de modo significativo a estabilidade da estrutura. Para cada uma destas falhas a estrutura deixa de apresentar a capacidade de cumprir os requisitos especificados para a qual foi concebida. Neste caso os limites de Ditlevsen, representantes do índice de fiabilidade da estrutura global, descem cerca de 1/3 relativamente aos valores para a situação intacta.

O comportamento das vigas e pilares perante a remoção das vigas é apresentado na Figura 8.7, para a modelação D.

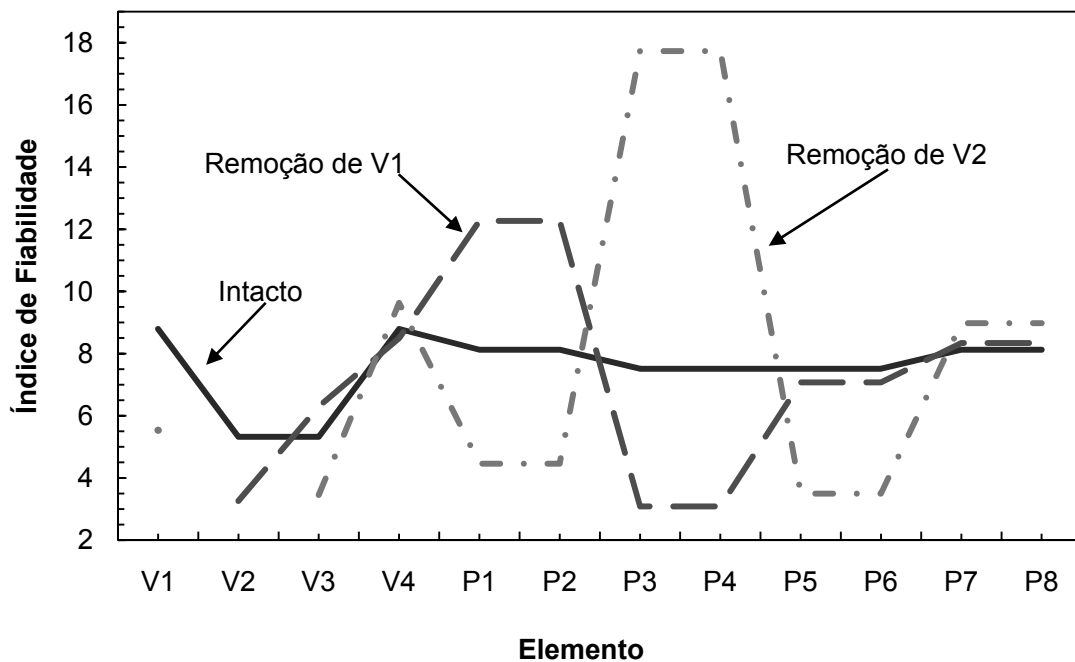


Figura 8.7 – Gráfico do comportamento estrutural para remoção das vigas.

A influência da remoção dos pilares para as vigas e restantes pilares é apresentado na Figura 8.8, para a modelação D.

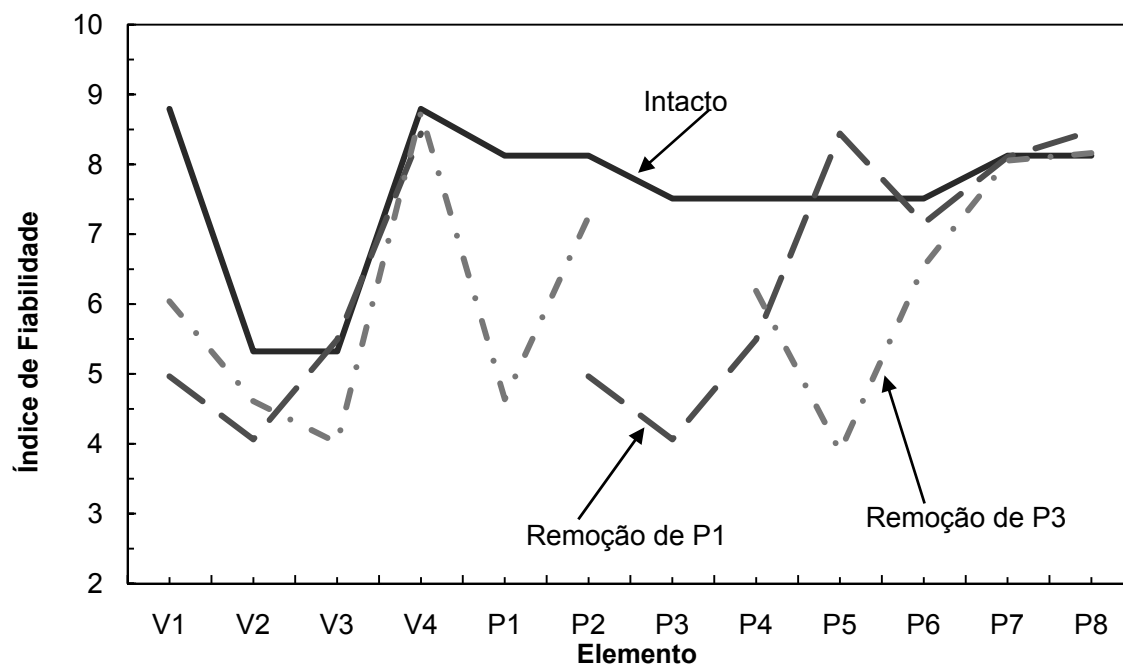


Figura 8.8 – Gráfico do comportamento estrutural para remoção dos pilares.

No caso da falha na ligação viga-pilar para os elementos V1-P1 os limites de Ditlevsen têm uma ligeira diminuição relativamente à situação intacta. No caso da perda de rigidez na ligação V2-P3 os limites e Ditlevsen diminuem mais do que na situação de falha na ligação de V1-P1, mas não ao ponto de se aproximarem dos valores obtidos nas falhas dos pilares e vigas.

A Figura 8.9 apresenta o comportamento das vigas e pilares para a perda de rigidez na ligação viga-pilar, de acordo com a modelação D.

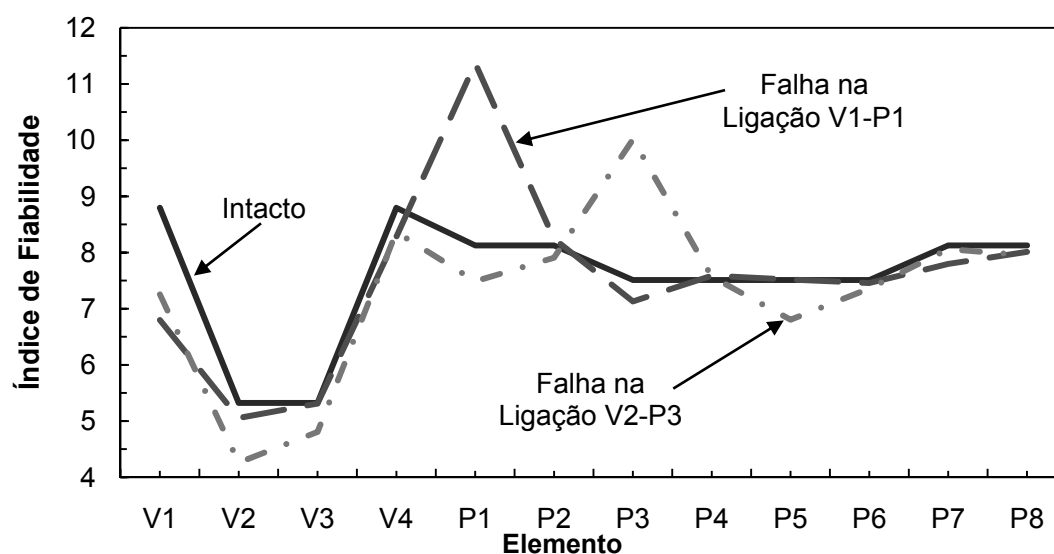


Figura 8.9 – Gráfico do comportamento estrutural para perda da rigidez na ligação viga-madre.

# Capítulo 9

## Considerações Finais

### 9.1 Conclusões

Este trabalho propôs-se a efectuar uma análise da segurança estrutural do ponto de vista da fiabilidade estrutural. Para tal utilizou-se o método FORM para obter os índices de fiabilidade. Este método, embora mais complexo do que os métodos de simulação, permite reduzir o esforço computacional necessário à obtenção dos índices de fiabilidade. Um dos objectivos deste trabalho foi a criação de uma ferramenta que permitisse uma análise FORM, para uma estrutura. Este objectivo foi alcançado através da ferramenta criada para o efeito através do programa MATLAB® (Hanselman, 1997). Os resultados obtidos através desta ferramenta demonstraram que a fiabilidade, para estruturas dimensionadas próximas do limite permitido pelo método dos coeficientes parciais utilizado no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), é mais elevados do que o índice de fiabilidade alvo.

A fiabilidade estrutural é um conceito de extrema importância para o estudo de situações acidentais, como tal torna-se muito mais genuíno analisar uma estrutura cuja sua segurança esteja perto dos limites máximos admissíveis, este objectivo também foi alcançado. Foi dimensionada uma estrutura

que tinha os seus elementos perto do limite máximo de segurança permitido pelo Eurocódigo 5 (CEN,2003b) de acordo com os carregamentos presentes no Eurocódigo 1 (CEN, 2003b) e (CEN, 2005).

A análise comparativa entre os vários tipos de modelação efectuados permitem concluir que as modelações em que foi utilizada a distribuição de Gumbel para descrever a variável neve apresentam resultados mais coerentes e uniformes relativamente à relação tensão actuante/tensão resistente obtida através do método dos coeficientes parciais.

Relativamente ao estudo da robustez, verificou-se, que a introdução de uma falha ao nível das vigas e pilares leva a perturbações significativas na segurança estrutural, tanto para os elementos principais como para os elementos secundários. Por outro lado as falhas nos elementos secundários, madres, não prejudicam a segurança estrutural.

## 9.2 Desenvolvimentos Futuros

As propostas de desenvolvimentos futuros passam por aspectos que embora presentes neste trabalho não foram possíveis de ser tratados.

Dentro das possibilidades de uma análise do tipo FORM sugere-se a comparação a nível da robustez de uma estrutura de igual geometria relativamente a um dimensionamento feito só para a acção da neve, uma em que o dimensionamento seja feito relativamente só à força do vento, e outra em que com o dimensionamento de acordo com as combinações de acções variáveis pelo método dos coeficientes parciais. Este último possível caso de estudo apresenta alguma complexidade mas iria permitir, para além de avaliar a simplificação feita neste trabalho no âmbito do método dos coeficientes parciais, a comparação da robustez entre situações de dimensionamento utilizadas correntemente.

Posteriormente a este estudo era de toda a importância estudar os vários tipos de ligações possíveis para uma estrutura do género, a influência da rigidez das ligações e a sua influência na robustez global.

Depois de conhecer o comportamento da estrutura aos vários tipos de dimensionamento e tipos de ligações seria importante também tratar todas as variáveis como variáveis aleatórias. Fazendo com que a cada variável estivesse associado um grau de incerteza, permitindo assim uma análise mais precisa.



# Referências Bibliográfica

- Baker, J. W., Straub, D., Nishijima, K. e Faber, M. H. (2005). "On the Assessment of Robustness I: A General Framework". JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures. Swiss Federal Institute of Technology.
- Branco, J.(2006). Apontamentos da disciplina de Estruturas de Madeira. 1ª Edição, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- Bucher, C. (2009). "Computational Analysis of Randomness in Structural Mechanics". D. M. Frangopol. Structures and Infrastructures, Volume 3, CRC Press.
- Canisius, T. D. G., Sørensen, J. D. e Baker, J. W. (2007). "Robustness of structural systems – a new focus for the Joint Committee on Structural Safety (JCSS)". Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering. J. Kanda, T. Takada and H. Furuta.
- Castanheta, M. (2008). "Notas sobre a segurança de estruturas sujeitas a acções climáticas segundo as EN 1990 e 1991 (acções do vento e da neve)." Revista portuguesa de engenharia de estruturas (rpee), série II N°4, p. 6-13
- CEN (2002). EN 1990 - "Eurocode 0 - Basis of Structural Design". European Committee for Standardization.
- CEN (2003a). EN 1991-1-3 - "Eurocode 1 - Actions on structures - Part 1-3: General actions -Snow loads". European Committee for Standardization.
- CEN (2003b). prEN 1995-1-1 - "Eurocode 5 - Design of Timber Structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings". European Committee for Standardization.
- CEN (2005). EN 1991-1-4 - "Eurocode 1 - Actions on structures - Part 1-4: General actions - Wind actions". European Committee for Standardization.
- CSI (2004) – "SAP2000® Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three Dimensional Structures, GETTING STARTED" Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA, 2004.
- Choi, S., Grandhi, R. e Canfield, R. A. (2006). "Reliability-based Structural Design". Springer.
- Cruz, H. e Nunes, L. "A Madeira como Material de Construção". LNEC.
- Cruz, P., Wiśniewski, D. e Ramon Casas, J. (2003). "Métodos de Avaliação da Segurança de Pontes Existentes". Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Série II, N° 3 (LNEC): p. 19 - 30.
- Delgado, J. M. (2002). "Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico". Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

- Dias, A. M. P. G. (2009). "Estruturas de Madeira e Alvenaria". Apontamentos da Disciplina Estruturas de Madeira e Alvenaria. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologias Universidade de Coimbra.
- Dietsch, P. (2009). "Secondary Structures - Purlins - Robustness Considerations". Modelling of the Performance of Timber Structures . COST Action E55.
- Ditlevsen, O. e Madsen H. O. (2005). "Structural Reliability Methods". Coastal, Maritime and Structural Engineering. Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark.
- Faber, M. H. (2005). "Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering". Lecture Notes, Swiss Federal Institute of Technology, Institute of Structural Engineering.
- Faber, M. H., Köhler, J., Sørensen, J. D. (2003). "Probabilistic modeling of graded timber material properties". Elsevier.
- Fu, G. e Frangopol, D. M. (1989). "Balance Weight, System Reliability and Redundancy in a Multiobjective Optimization Framework". Structural Safety, Volume 7 (Department of Civil Engineering, University of Colorado,).
- Guerreiro, L. (1999). "Introdução à Fiabilidade Estrutural". Apontamentos da Disciplina de Dinâmica e Engenharia Sísmica. Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico.
- Hanselman, D. e Littlefield, B. (1997). "The student edition of MATLAB : user's guide". Upper Saddle River, United States, Prentice Hall.
- Cruz, H. e Nunes, Lina. (2006). "A madeira como material de Construção", LNEC. FAUTL, apontamentos Documentos de apoio às Disciplinas do Professor Jorge Bastos: Gestão e Avaliação de Projectos; Patologia e Técnicas de Intervenção; Sistemas Construtivos, Técnicas e Materiais, 2006-2007.
- Henriques, A. R. (1998). "Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento de Betão Estrutural". Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- JCSS (2001a). - "Probabilistic Model Code - Part 1: Basis of Design". Joint Committee on Structural Safety.
- JCSS (2001b). - "Probabilistic Model Code - Part 2: Load Models". Joint Committee on Structural Safety.
- JCSS (2002). - "Probabilistic Model Code - Part 3: Resistance Models". Joint Committee on Structural Safety.
- Köhler, J. (2006). "Reliability of Timber Structures". Dissertação para o grau de Doctor of Technical Sciences, Swiss Federal Institute of Technology.
- Laranja, R. e Brito, J. (2003). "Verificação Probabilística da Segurança das Estruturas". Revista Engenharia Civil, Nº 12 (Universidade do Minho): p. 63 - 79.

- Li, H., Lu, Z. e Yuan, X. (2008). "Nataf transformation based point estimate method". Chinese Science Bulletin, Volume 53, Nº17 (Springer): p. 2586 - 2592.
- Lind, N. C. (1995). "A measure of vulnerability and damage tolerance". Reliability Engineering & System Safety, Volume 48, Nº 1 (Elsevier Science Limited): p. 1 - 6.
- Murteira, B., Ribeiro, C. S., Andrade e Silva J. e Pimenta C. (2002). "Introdução à Estatística". Instituto Superior de Economia e Gestão. Universidade Técnica de Lisboa, McGraw-Hill.
- Neves, L. C. e Cruz, P. S. (2001). "Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutura". Revista Engenharia Civil, Nº 12 (Universidade do Minho): p. 65 - 80.
- Neves, L. C. e Barbosa, A. R. (2010a). "Segurança Estrutural". Apontamentos da disciplina de Segurança e Dimensionamento de Estruturas. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
- Neves, L. C. (2010b). "Conversas com professor Michael Faber ". Construção Magazine, Nº 37: p. 4 - 8.
- Porteous, J. e Kermani ,A. (2007). "Structural Timber Design to Eurocode 5". Blackwell Science.
- Rodrigues, R. M. O. (2004). "Construções Antigas de Madeira: Experiência de Obra e Reforço Estrutural". Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho.
- Santos, J. (2007). "Estudo de modelos e caracterização do comportamento mecânico da madeira". Tese de Doutoramento. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho.
- Silva, D. N. (2010). "Análise de Incertezas Associadas a Estruturas de Madeira". Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
- Sørensen, J. D. (2004). "Structural Reliability Theory and Risk Analysis". Notes in Structural Reliability Theory and Risk Analysis. Institute of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University.
- Sørensen, J. D. e Christensen, H. H. (2005). "Danish requirements to robustness of structures – background and implementation". JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures. Aalborg University, Denmark.
- Starossek, U. e Wolff, M. (2005). "Design of Collapse-Resistant Structures". JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures. Univ. of Technology, Germany.
- Svensson, S., Thelandersson, S. e Larsen H. J. (1999). "Reliability of timber structures under long term loads". Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol. 32, p. 755-760.
- Toratti, T., Turk, G., Schnabl, S. (2004). "Reliability analysis of glulam tapered beam". VTT, Technical Research Centre of Finland.

Vilarinho, T. C. (2009). “Análise da Robustez de Estruturas de Madeira Tradicionais”. Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Anexos



# Anexo A - Fórmulas para a Transformação de Nataf

A resolução da equação (2.33) é feita através do estabelecimento de fórmulas empíricas para o seguinte rácio (Sørensen, 2004):

$$F = \frac{\rho'_{ij}}{\rho_{ij}} \quad (\text{A.1})$$

A equação (A.1) foi apresentada por Liu and Der Kiureghian, bem como funções para a determinação de  $F$ , que dependem do tipo de conjuntos de distribuições a serem avaliadas. De seguida apresentam-se algumas dessas funções.

- Normal ( $X_i$ )  $\rightarrow$  Lognormal ( $X_j$ )

$$F = \frac{V_j}{\sqrt{\ln(1+V_j^2)}} \quad (\text{A.2})$$

em que  $V_j = \sigma_{X_j} / \mu_{X_i}$

- Lognormal ( $X_i$ )  $\rightarrow$  Lognormal ( $X_j$ )

$$F = \frac{\ln(1+\rho_{ij}V_iV_j)}{\rho_{ij}\sqrt{\ln(1+V_i^2)\ln(1+V_j^2)}} \quad (\text{A.3})$$

em que  $V_j = \sigma_{X_j} / \mu_{X_j}$  e  $V_i = \sigma_{X_i} / \mu_{X_i}$

A relação entre as outras distribuições não necessitam de ser consideradas, pois são consideradas como independentes.





## Anexo B - Acção da Neve

O coeficiente de forma ( $\mu_i$ ) é dependente da inclinação da cobertura, para uma cobertura de uma vertente o coeficiente de forma encontra-se definido na Tabela B.1 com respectiva representação na Figura B.1.

Tabela B.1- Coeficiente de forma da acção da neve (adaptada de CEN (2005)).

Ângulo de inclinação da cobertura ( $\alpha$ )	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
$\mu_1$	0,8	$0,8(60-\alpha)$	0,0

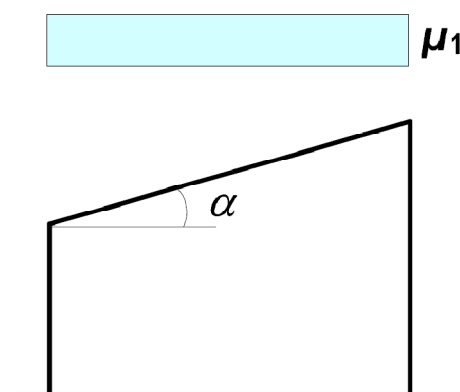


Figura B.1- Coeficiente de forma para coberturas de uma aba (adaptada de CEN (2003)).

A adopção do valor do coeficiente de exposição ( $C_e$ ), segundo indicações Eurocodigo 1 (CEN, 2003), deve ter em conta para além da exposição actual a exposição futura da cobertura à neve.

Tabela B. 2- Valores do coeficiente de exposição,  $C_e$  (adaptada de CEN (2003)).

Topografia	$C_e$	Situação
Vento arrastado	0,8	Remoção parcial da neve na cobertura através do vento
Normal	1,0	Não existe remoção de neve
Protegido	1,2	Existe um acréscimo da carga da neve devido a elementos exteriores

O coeficiente térmico ( $C_t$ ) introduz uma possível redução da acção da neve em coberturas com elevada transmissão térmica, nos casos tradicionais considera-se  $C_t=1,0$ .

O valor de  $S_k$  (valor da neve ao nível do solo) é definido como o valor associado à probabilidade de ser excedido anualmente em 0,02, sem considerar situações de catástrofe e é quantificado em  $\text{kN/m}^2$ .

No caso da Península Ibérica, de acordo com o Anexo C do Eurocodigo 1 (CEN, 2003) é dado por:

$$S_k = (0,190Z - 0,095) \times \left[ 1 + \left( \frac{A}{524} \right)^2 \right] \quad (\text{B.1})$$

onde o parâmetro  $Z$  refere-se à zona onde se localiza a estrutura e é representado por um número apresentado no Anexo C do Eurocódigo 1 (CEN, 2003),  $A$  é a altitude acima do nível do mar.

# Anexo C - Acção do Vento

De acordo com Neves e Barbosa (2010) em geral, podemos considerar que:

$$v_b = v_{b,0} \quad (C.1)$$

No entanto a velocidade do vento é variável, aumentando com a altura ao solo e depende dos obstáculos existentes no terreno, deste modo é definida a velocidade média do vento ( $v_m(z)$ ), como (CEN, 2005):

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b \quad (C.2)$$

onde  $c_r(z)$  é o coeficiente de rugosidade e  $c_o(z)$  é o coeficiente orográfico que geralmente toma o valor de 1.

O coeficiente de rugosidade é dado por (CEN, 2005):

$$c_r = \begin{cases} k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) & \text{para } z_{min} \leq z \leq z_{max} \\ c_r(z_{min}) & \text{para } z \leq z_{min} \end{cases} \quad (C.3)$$

em que  $z_0$  é o comprimento de rugosidade definida no Quadro 4.1 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005),  $z_{min}$  é a altura mínima definida no Quadro 4.1 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005),  $z_{max}$  toma o valor de 200 metros,  $k_r$  é um coeficiente de terreno dependente do comprimento de rugosidade  $z_0$  e é definido como (CEN, 2005):

$$k_r = 0,19 \left( \frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0,07} \quad (C.4)$$

onde  $z_{0,II}$  toma o valor de 0,05 m (categoria de terreno II, ver o Quadro 4.1 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005)).

A pressão do vento deverá ser determinada de acordo com a pressão dinâmica de pico à altura  $z$ ,  $q_p(z)$ , através de (Neves e Barbosa, 2010):

$$q_p(z) = \left[ 1 + \frac{7}{\ln(z/z_0)} \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z) \quad \text{para } z \geq z_{min} \quad (C.5)$$

$$q_p(z) = \left[ 1 + \frac{7}{\ln(z_{min}/z_0)} \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z_{min}) \quad \text{para } z < z_{min} \quad (C.6)$$

Os coeficientes de pressão exterior e interior,  $c_{pe}$  e  $c_{pi}$  respectivamente, são apresentados no Capítulo 7 do Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005).

- Coeficiente de Pressão Exterior

Para paredes verticais os coeficientes de pressão exteriores ( $c_{pe}$ ) e respectivas zonas de incidência são fornecidos pelo Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005) na Secção 7.2.2. Em que as áreas de actuação

das pressões dependem da relação entre o factor geométrico  $e$ , e o factor  $d$ , onde  $d$  é a dimensão paralela à direcção do vento e  $e$  é definido como:

$$e = \min(b; 2h) \quad (C.7)$$

em, que  $b$  é a dimensão transversal à direcção do vento e  $h$  é a altura considerada para o edifício. Tem-se então:

$$e = \min(12; 12) = 12 \text{ m}$$

Sendo o valor de  $e$  igual ao valor de  $d$  então a divisão da parede de acordo com as pressões sofrida para a parede paralela ao sentido de actuação do vento é como representado na Figura C.1.

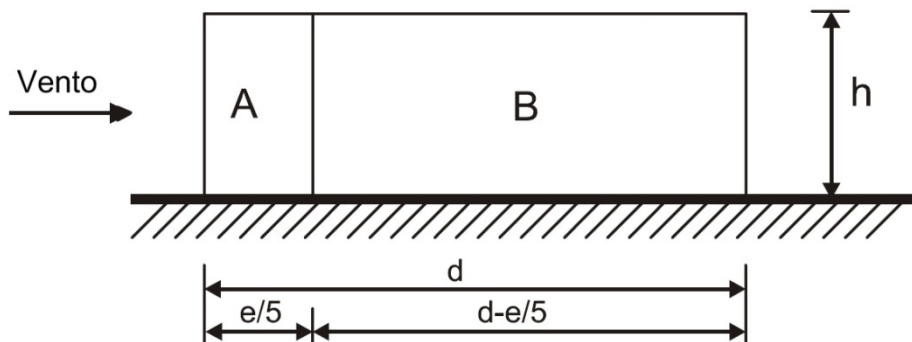


Figura C.1– Alçado das zonas em paredes verticais devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)).

Para as paredes perpendiculares ao sentido de actuação do vento as zonas são de acordo com o representado na Figura C.2.

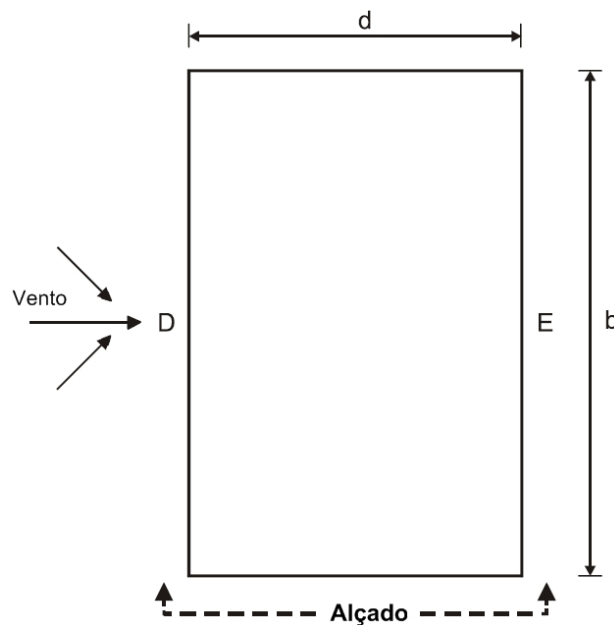


Figura C.2 – Planta das zonas em paredes verticais devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)).

Para determinar os coeficientes de pressão aplicados a cada secção de parede o Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005) fornece uma gama de valores de acordo com a relação  $h/d$  e a zona de parede. Para os

coeficientes de pressão são fornecidos dois valores um para valores de área inferiores a  $1\text{m}^2$  e outro para valores superiores a  $10\text{m}^2$  respectivamente  $c_{pe,1}$  e  $c_{pe,10}$ .

De acordo com as considerações geométricas presentes no Capítulo 6 tem-se que:

$$\frac{h}{d} = \frac{6}{9} = 0.6667$$

No caso da cobertura, como esta é do tipo cobertura em terraço os coeficientes de pressão são dados pela Secção 7.2.3 da Norma anteriormente referida. Para coberturas em terraço o Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005) distingue zona com diferentes coeficientes e pressão exteriores como exemplificado na Figura C.3.

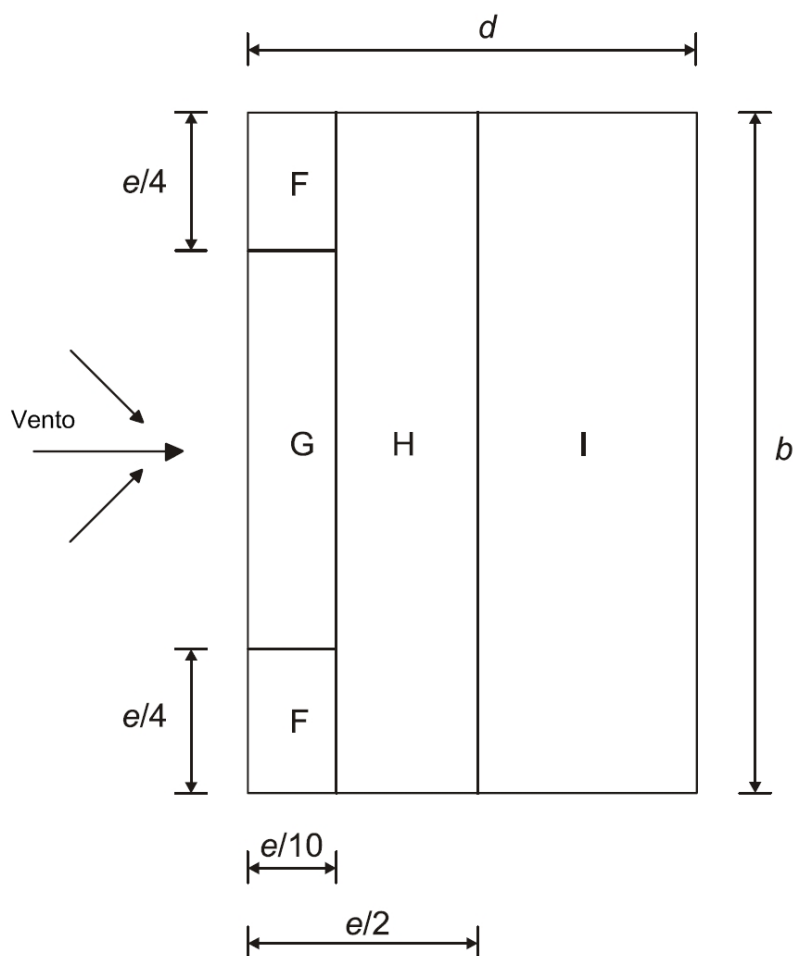


Figura C.3 – Zonas para coberturas em terraço devido à actuação do vento (adaptada de CEN (2005)).

- Coeficiente de Pressão Interior

De acordo com o Eurocódigo 1-1-4 (CEN, 2005) os coeficientes de pressão interna são obtidos de acordo com a Secção 7.2.9 da respectiva norma de acordo com o gráfico apresentado na Figura C.4.

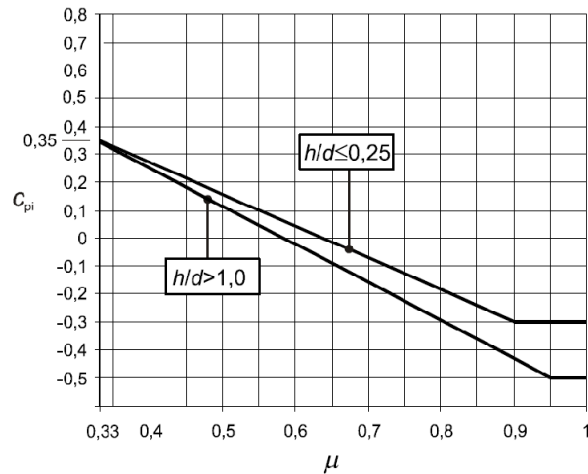


Figura C.4 - Coeficientes de pressão interior no caso de aberturas uniformemente distribuídas (adaptada de CEN (2005)).

Na Figura C.4,  $\mu$  representa o índice de aberturas e é determinado recorrendo à seguinte expressão:

$$\mu = \frac{\sum \text{área das aberturas em que } c_{pe} \leq 0}{\sum \text{área de todas as aberturas}} \quad (\text{C.8})$$

Neste caso vão existir dois índices de aberturas diferentes. um para quando o coeficiente de pressão externa ( $c_{pe}$ ) na zona I da cobertura vale +0.2 e outro para quando na mesma zona o coeficiente vale -0.2.

Como a relação  $h/d$  não é coincidente com as rectas apresentadas na Figura C.4 é necessário fazer uma interpolação linear. Os valores necessários à determinação do coeficiente de pressão interno e respectivo valor encontram-se na Tabela C.1.

Tabela C.1 – Propriedades e valores de  $c_{pi}$ .

Coeficiente de pressão externa na Zona I ( $c_{pe}$ )	$\Sigma$ área das aberturas em que $c_{pe} \leq 0$	$\Sigma$ área de todas as aberturas	$\mu$	Coeficiente de pressão interna ( $c_{pi}$ )
+0.2	252 m <sup>2</sup>	360 m <sup>2</sup>	0.7	-0.16
-0.2	288 m <sup>2</sup>		0.8	-0.29

- Representação das Pressões Totais do Vento

Na Figura C.5 são apresentadas as forças condicionantes para a estrutura, através de um corte transversal. Na Figura C.6 é apresentada a mesma situação de carregamento, carregamento condicionante, mas em planta.

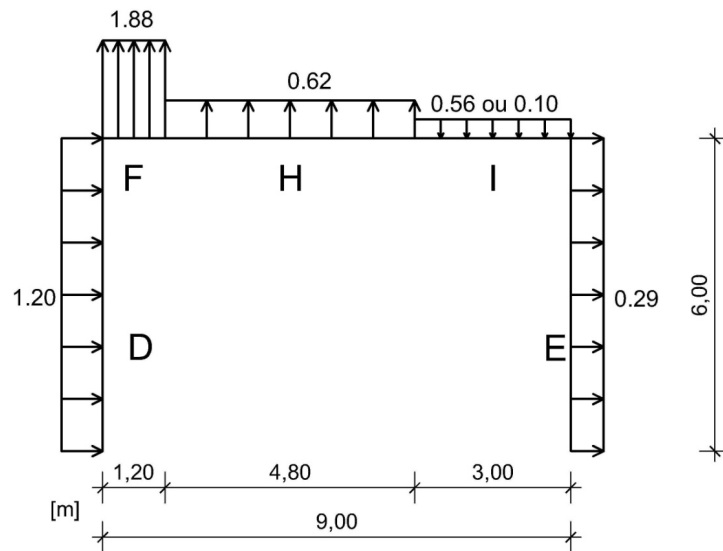


Figura C.5 - Pressão total do vento na cobertura [ $\text{kN/m}^2$ ].

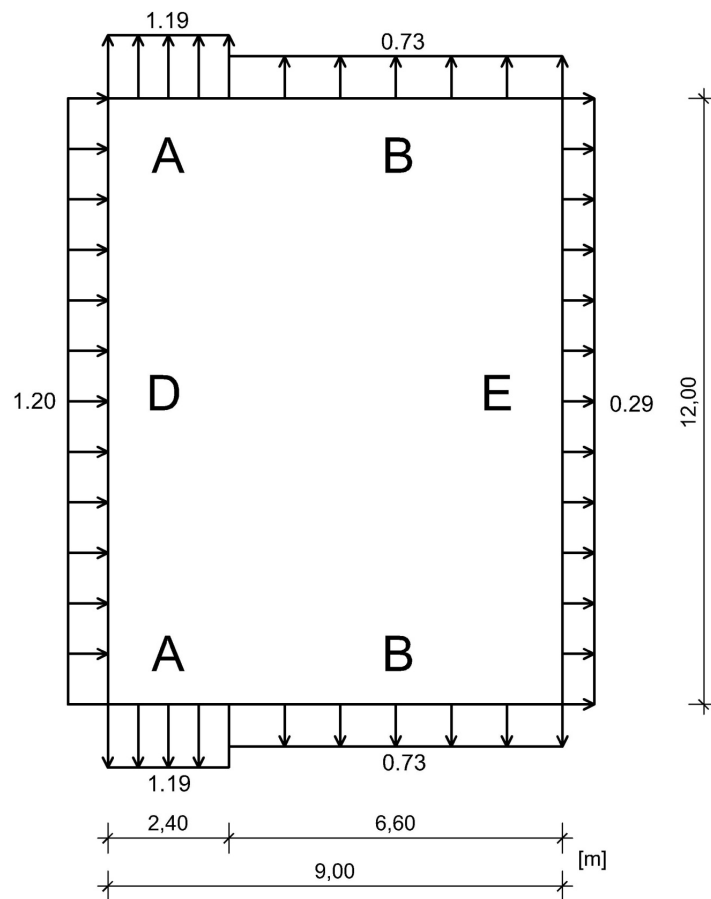


Figura C.6 – Pressão total do vento nas fachadas [ $\text{kN/m}^2$ ].





# Anexo D - Momentos das Variáveis Aleatórias

O valor característico de uma propriedade depende da característica dessa propriedade. para uma propriedade resistente o valor característico é referente ao quantil de 0.02. enquanto que para uma propriedade referente a uma acção o valor característico já é referente ao quantil de 0.98.

- Distribuição Normal

Para uma variável aleatória continua com distribuição Normal a equação (2.3) ser reescrita como:

$$F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x)dx = \Phi\left(\frac{b-\mu_X}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu_X}{\sigma_X}\right) \quad (D1)$$

Para obter os valores esperados através dos valores característicos recorre-se às equações (D.1), (2.10), às considerações presentes na Secção 2.4.3 e à Tabela 5.2. pode então escrever-se:

$$\Phi\left(\frac{V_k-\mu}{\sigma}\right) = \Phi^{-1}(p) \Leftrightarrow \mu = V_k - \Phi^{-1}(p) \cdot \sigma \quad (D.2)$$

onde  $V_k$  representa o valor característico,  $\mu$  a média,  $\sigma$  o desvio padrão e  $p$ , é o quantil correspondente ao valor característico.

- Distribuição Lognormal

Para uma variável aleatória continua com distribuição Lognormal a equação 2.3 ser reescrita como:

$$F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x)dx = \Phi\left(\frac{\ln(b)-\mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right) - \Phi\left(\frac{\ln(a)-\mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right) \quad (D.3)$$

Como para a distribuição Normal, recorrendo às equações (D.3), (2.10), às considerações presentes na Secção 2.4.3 e à Tabela 5.2. pode então escrever-se:

$$\begin{aligned} \Phi\left(\frac{V_k-\mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right) = \Phi^{-1}(p) &\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{\ln(V_k)-\ln\mu_x+0.5\ln\left(1+\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right)}{\sqrt{\ln\left(1+\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right)}}\right) = \Phi^{-1}(p) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\ln(V_k)-\ln\mu_x+0.5\ln\left(1+\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right)}{\sqrt{\ln\left(1+\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right)}} = \Phi^{-1}(p) \end{aligned} \quad (D.4)$$

Da equação D.4 obtém-se o valor de  $\mu_x$  a partir do qual é possível obter as propriedades dos parâmetros da distribuição lognormal:

$$\lambda = \log\left(\mu_x^2 / \sqrt{\sigma_x^2 + \mu_x^2}\right) \quad (D.5)$$

$$\theta = \sqrt{\log\left(\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2 + 1\right)} \quad (D.6)$$

- Distribuição Gamma

O valor do parâmetro  $a$  pode ser determinado recorrendo ao conceito de coeficiente de variação, tem-se então:

$$CoV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{a}.b}{a.b} \Leftrightarrow a = \left(\frac{1}{CoV}\right)^2 \quad (D.7)$$

Para se determinar o valor do parâmetro  $b$  pode recorrer-se à função “*gaminv*” biblioteca do programa MATLAB® (Hanselman, 1997).

- Distribuição Gumbel

A função da distribuição acumulada (CDF) da função tipo gumbel é:

$$F(x) = e^{-(\alpha-x)/\sigma} \quad (D.8)$$

Os parâmetros da distribuição podem então ser obtidos através do conceito de coeficiente de variação, dos momentos apresentados na Tabela 2.1.

# Anexo E – Verificação da Segurança aos Estados Limites Últimos

- Compressão

A compressão no sentido perpendicular ao das fibras torna-se relevante só na verificação da zona dos apoios.

No sentido paralelo ao das fibras a compressão toma uma relevância maior estando presente na maioria das situações em que elementos de madeira são carregados. O valor da tensão de compressão nestes casos é dada por:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,d}}{A} \quad (\text{E.1})$$

onde  $\sigma_{c,0,d}$  é a tensão de compressão de dimensionamento na direcção paralela às fibras,  $N_{c,d}$  é o esforço de compressão de dimensionamento segundo a direcção das fibras e  $A$  é a área da secção do elemento.

A verificação da segurança de acordo com o disposto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) obtém-se pela verificação da seguinte equação:

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \quad (\text{E.2})$$

em que  $f_{c,0,d}$  é tensão resistente à compressão na direcção das fibras, que é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} \quad (\text{E.3})$$

onde  $f_{c,0,k}$  é o valor característico da a tensão de rotura da madeira à compressão,  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança do material e  $k_{mod}$  é o factor de modificação da resistência.

- Tracção

A tracção simples no sentido perpendicular ao das fibras, normalmente não desempenha um papel fulcral nas estruturas de madeira. O valor da tensão de tracção é dada por:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{t,d}}{A} \quad (\text{E.4})$$

onde  $\sigma_{t,0,d}$  é a tensão de tracção de dimensionamento na direcção paralela às fibras,  $N_{t,d}$  é o esforço de tracção de dimensionamento segundo a direcção das fibras e  $A$  é a área da secção do elemento.

A verificação da segurança de acordo com o disposto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) obtém-se pela verificação da seguinte equação:

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \quad (\text{E.5})$$

em que  $f_{t,0,d}$  é tensão resistente de tracção na direcção das fibras, é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$f_{t,0,d} = k_{mod} k_h \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} \quad (E.6)$$

onde  $f_{t,0,k}$  é o valor característico da a tensão de rotura da madeira à compressão,  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança do material e  $k_{mod}$  é o factor de modificação da resistência  $k_h$  é o factor que tem em conta o efeito escala.

- Tensão de Flexão Resistente

O valor de dimensionamento da tensão de flexão resistente, de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) é calculado através da seguinte equação:

$$f_{m,d} = \frac{k_{sys} k_h k_{mod} f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (E.7)$$

onde  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança do material,  $k_{mod}$  é o factor de modificação da resistência associado à temperatura, humidade e duração das cargas e  $k_h$  é o factor que tem em conta o efeito escala,  $k_{sys}$  é um factor que aumenta as propriedades resistentes do material quando vários elementos similares estão igualmente espaçados, considerando que no caso de falha de um elemento a carga suportada pelo elemento que colapsou pode ser redistribuída pelos restantes elementos. A tensão de flexão resistente toma o mesmo valor para a direcção  $yy$  e  $zz$ .

- Flexão Simples

A flexão simples de cálculo é um esforço condicionante no dimensionamento de peças de vigas madeira, sendo o seu valor é dado por:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{I} z \quad (E.8)$$

onde  $M_d$  é o valor de dimensionamento do momento flector actuante,  $I$  é o momento de inércia relativo ao eixo do momento aplicado e  $z$  é a distância entre o eixo considerado e a fibra mais afastada. O Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) prevê que a segurança a este tipo de esforço é verificada quando a relação seguinte é satisfeita:

$$\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \quad (E.9)$$

em que  $f_{m,d}$  é a tensão de flexão resistente de dimensionamento na direcção das fibras.

- Flexão Desviada

Este tipo de esforço desenvolve-se na generalidade das estruturas correntes de madeira. O Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) exige que as seguintes condições sejam satisfeitas em simultâneo:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.10)$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.11)$$

onde  $\sigma_{m,y,d}$  e  $\sigma_{m,z,d}$  são os valores de cálculo das tensões deflexão em torno dos eixos  $yy$  e  $zz$  respectivamente,  $f_{m,y,d}$  e  $f_{m,z,d}$  são os valores de cálculo das tensões de flexão resistentes e  $\epsilon$  é o factor que considera a redistribuição de esforços de flexão na secção transversal.

- Flexão Composta com Compressão Paralela às Fibras

Este tipo de esforços desenvolve-se principalmente em elementos com uma forte componente de esforços de compressão. Embora verificados na maioria dos casos em pilares pode ser verificado em outros elementos, como vigas, mas nestes casos a compressão desempenha um papel menos significativo, mas não menos importante. A sua avaliação inicialmente, no caso da análise de colunas, faz-se através da encurvadura para saber se é necessário ser considerada na verificação da segurança do elemento. De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) para valores de esbelteza relativa simultaneamente menores ou iguais a 0,3 considera-se que o elemento não é susceptível a encurvar e a flexão composta com compressão paralelas às fibras é verificada pela validação das seguintes condições:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.12)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.13)$$

A esbelteza relativa  $\lambda_{rel,z}$  e  $\lambda_{rel,y}$  é dada por:

$$\lambda_{rel,z(y)} = \frac{\lambda_{z(y)}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d}}{E}} \quad (E.14)$$

onde  $E$  é o modulo de elasticidade na direcção paralela às fibras e  $\lambda$  é a esbelteza, que é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$\lambda_{z(y)} = \frac{L_{e,z(y)}}{i_z} \quad (E.15)$$

onde  $L_{e,z(y)}$  é o comprimento de encurvadura efectivo e  $i_z$  é o raio de giração determinado por:

$$\lambda_{z(y)} = \sqrt{\frac{I_{z(y)}}{A}} \quad (E.16)$$

om que,  $I_{z(y)}$  é o momento de inércia segundo o eixo  $zz$  ou  $yy$ , respectivamente e  $A$  é a área da secção transversal.

O Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) não fornece valores nem informações para determinação do comprimento de encurvadura efectivo,  $L_{e,z(y)}$ , deste modo foram considerados as relações apresentadas na Figura E.1.

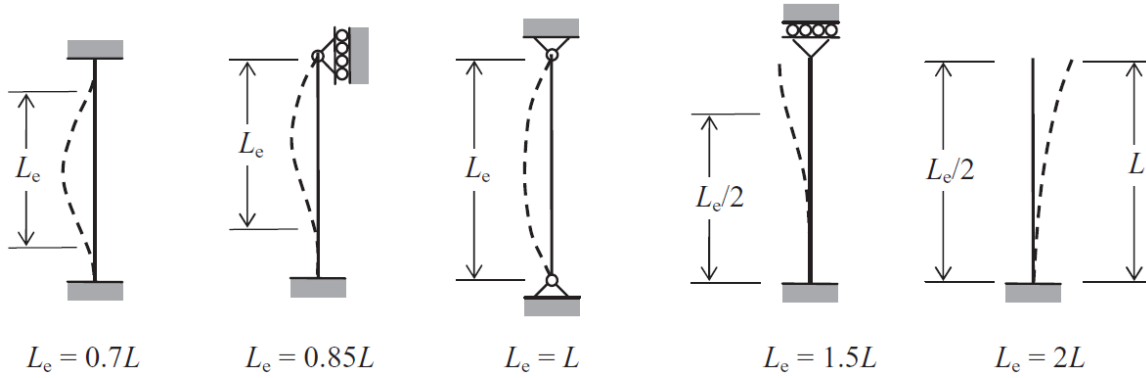


Figura E.1 - Comprimentos de encurvadura (adaptada de Porteous e Kermani (2007)).

Para todos os outros casos em que  $\lambda_{rel,z}$  e  $\lambda_{rel,y}$  não respeita o limite de valor 0.3 a flexão composta com compressão paralelas às fibras é verificada pela validação das seguintes condições:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.17)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.18)$$

onde  $k_c$  é um factor de instabilidade associado à esbelteza determinado através das seguintes equações:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad (E.19)$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \quad (E.20)$$

em que  $k_{c,y}$  e  $k_{c,z}$  são dados por:

$$k_y = 0,5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) \quad (E.21)$$

$$k_z = 0,5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) \quad (E.22)$$

- Flexão Composta com Tracção Paralela às Fibras

Tal como na tracção simples no sentido perpendicular ao das fibras, este tipo de esforço normalmente não desempenha um factor significativo nas estruturas de madeira. Mas a sua consideração é de extrema importância, tratando-se da combinação da tracção com esforços de relevo no dimensionamento do elemento.

A flexão composta com tracção paralela às fibras é verificada pela validação das seguintes condições:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.23)$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (E.24)$$

- Instabilidade Lateral-Torcional

A estabilidade à torção lateral deve ser verificada nos casos onde o valor do momento possa ultrapassar o valor do momento crítico e em vigas onde exista esforço de compressão associado a fenómenos de flexão. A tensão crítica para secções rectangulares, de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) é dada por:

$$\sigma_{m,crt} = \frac{\pi \sqrt{E_{0,05} I_z G_{0,05} I_{tor}}}{l_{ef} W_y} \quad (E.25)$$

onde,  $E_{0,05}$  é o percentil 5% do módulo de elasticidade em flexão paralela ao fio,  $I_z$  é o momento de inércia segundo o eixo fraco,  $G_{0,05}$  é o valor característico do módulo de distorção,  $I_{tor}$  o momento de inércia de torção,  $l_{ef}$  o comprimento efectivo da viga e  $W_y$  o módulo de flexão no eixo forte y.

De acordo com Branco (2006) para razões da base e altura entre 0.1 a 0.7 o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) apresenta para secções rectangulares a seguinte expressão para a tensão crítica:

$$\sigma_{m,crt} = \frac{0.78 b^2}{h l_{ef}} E_{0,05} \quad (E.26)$$

em que,  $b$  e  $h$  são a base e altura da secção, respectivamente e  $l_{ef}$  é o comprimento efectivo.

Para os casos em que só existe momento flector nas vigas deve ser verificada a seguinte relação:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} f_{m,d} \quad (E.27)$$

onde  $\sigma_{m,d}$  é o valor de cálculo da tensão de flexão simples,  $k_{crit}$  é o coeficiente que tem em conta a redução da resistência devida à encurvadura e  $f_{m,d}$  é a tensão de flexão resistente de dimensionamento na direcção das fibras.

Para os casos de vigas sujeitas a momento flector na direcção y e esforço de compressão a seguinte relação deve ser verificada:

$$\left( \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \quad (E.28)$$

onde  $\sigma_{m,d}$  é o valor de cálculo da tensão de flexão simples,  $k_{crit}$  é o coeficiente que tem em conta a redução da resistência devida à encurvadura,  $f_{m,d}$  é a tensão de flexão resistente de dimensionamento na direcção das fibras, onde  $\sigma_{c,d}$  é a tensão de compressão de dimensionamento na direcção paralela às fibras e  $k_{c,z}$  é dado por (E.20).





# Anexo F – Índices de Fiabilidade

Na Tabela F.1 a F.10 são apresentados os índices de fiabilidade e respectivos Limites de Ditlevsen, para as situações de falha nas madres.

Tabela F.1 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M1\_S1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.88	9.10	8.96	9.16
M2		5.92	6.09	6.01	6.18
M3		6.82	6.96	6.90	7.04
M4		6.92	7.06	7.00	7.14
M5		7.01	7.15	7.09	7.25
M6		7.01	7.15	7.09	7.23
M7		6.93	7.08	7.02	7.21
M8		6.93	7.07	7.01	7.14
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.89	9.13	8.96	9.04
V1		8.13	8.45	8.33	8.24
V2		5.04	5.22	5.14	5.32
V3		5.03	5.21	5.13	5.31
V4		8.22	8.32	8.46	8.79
P1		7.56	7.87	7.63	7.76
P2		7.62	8.06	7.77	7.79
P3		6.60	7.41	6.68	7.49
P4		6.60	6.76	6.69	7.61
P5		6.62	7.46	6.70	7.52
P6		6.62	7.46	6.70	7.51
P7		7.60	7.97	7.68	7.77
P8		7.58	7.72	7.66	7.79
Limites de Ditlevsen	Inferior	5.03	5.21	5.13	5.31
	Superior	5.03	5.21	5.13	5.31

Tabela F. 2- Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M1\_S2.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.78	8.89	8.86	8.88
M2		6.32	6.48	6.41	6.57
M3		6.87	7.01	6.95	7.09
M4		6.95	7.09	7.03	7.17
M5		7.04	7.18	7.12	7.25
M6		7.04	7.17	7.12	7.25
M7		6.95	7.10	7.04	7.17
M8		6.92	7.07	7.01	7.14
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.89	9.01	8.96	9.08
V1		8.10	8.28	8.17	8.29
V2		5.04	5.22	5.14	5.32
V3		5.04	5.22	5.14	5.32
V4		8.10	8.28	8.17	8.29
P1		7.61	8.07	7.68	7.98
P2		7.59	8.06	7.67	8.13
P3		6.58	7.40	6.67	7.49
P4		6.61	7.44	6.69	7.50
P5		6.58	7.40	6.67	7.49
P6		6.61	7.44	6.69	7.50
P7		7.61	8.07	7.68	7.98
P8		7.59	8.06	7.67	8.13
Limites de Ditlevsen	Inferior	4.96	5.14	5.01	5.19
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 3 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M2\_S1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		7.92	7.85	7.73	8.01
M2		6.61	6.76	6.69	6.84
M3		6.17	6.34	6.26	6.42
M4		6.95	7.09	7.03	7.16
M5		7.03	7.16	7.11	7.24
M6		7.03	7.16	7.11	7.24
M7		6.95	7.09	7.03	7.17
M8		6.92	7.06	7.00	7.15
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.88	9.00	8.90	9.03
V1		8.16	8.26	8.23	8.40
V2		5.04	5.22	5.15	5.33
V3		5.04	5.22	5.14	5.32
V4		8.22	8.32	8.19	8.30
P1		7.74	7.87	7.70	7.74
P2		7.59	7.97	7.69	7.80
P3		6.65	7.48	6.73	7.57
P4		6.61	7.43	6.69	7.52
P5		6.62	7.45	6.71	7.52
P6		6.62	7.46	6.70	7.51
P7		7.60	7.74	7.68	7.97
P8		7.62	8.05	7.66	7.79
Limites de Ditlevsen	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 4 Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M2\_S2.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.91	9.00	8.97	9.22
M2		6.69	6.84	6.77	6.92
M3		6.30	6.46	6.39	6.54
M4		6.95	7.09	7.03	7.17
M5		7.03	7.16	8.22	7.24
M6		7.03	7.17	7.31	7.24
M7		6.95	7.09	7.03	7.17
M8		6.93	7.07	7.01	7.15
M9		6.60	6.75	6.68	6.83
M10		8.92	9.08	9.04	9.15
V1		8.24	8.32	8.41	8.85
V2		5.04	5.22	5.14	5.32
V3		5.04	5.22	5.14	5.32
V4		8.24	8.32	8.41	8.85
P1		7.71	7.97	7.68	7.80
P2		7.77	8.06	7.70	7.96
P3		6.62	7.44	6.70	7.51
P4		6.61	7.43	6.70	7.53
P5		6.62	7.44	6.70	7.51
P6		6.61	7.43	6.70	7.53
P7		7.71	7.97	7.68	7.80
P8		7.77	8.06	7.70	7.96
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	4.91	5.15	5.01	5.25
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 5 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M3\_S1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.76	8.87	8.91	9.02
M2		5.90	6.07	5.99	6.16
M3		6.94	7.08	7.02	7.16
M4		6.46	6.61	6.54	6.69
M5		7.00	7.14	7.08	7.21
M6		7.01	7.14	7.09	7.22
M7		6.93	7.07	7.01	7.15
M8		6.91	7.06	6.99	7.13
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.89	8.99	8.96	9.05
V1		8.15	8.66	8.46	8.38
V2		5.05	5.23	5.15	5.33
V3		5.04	5.22	5.14	5.32
V4		8.14	8.23	8.21	8.39
P1		7.52	7.67	7.60	7.73
P2		7.62	7.75	7.67	8.11
P3		6.61	7.42	6.69	7.50
P4		6.61	7.43	6.69	7.51
P5		6.62	6.77	6.70	7.52
P6		6.62	7.44	6.70	7.51
P7		7.58	7.70	7.66	7.79
P8		7.61	7.72	7.66	7.78
Limites de Ditlevsen	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 6 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M3\_S2.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.90	8.97	8.96	9.23
M2		6.31	6.47	6.39	6.55
M3		7.03	7.17	7.11	7.25
M4		6.27	6.43	6.36	6.52
M5		7.03	7.17	7.11	7.25
M6		7.03	7.17	7.11	7.25
M7		6.95	7.09	7.03	7.17
M8		6.93	7.07	7.01	7.17
M9		6.59	6.74	6.68	6.82
M10		8.91	9.01	8.99	9.06
V1		8.31	8.26	8.30	8.39
V2		5.04	5.22	5.14	5.32
V3		5.04	5.22	5.14	5.32
V4		8.31	8.26	8.30	8.39
P1		7.62	8.06	7.75	8.13
P2		7.59	7.98	7.66	8.13
P3		6.62	7.44	6.70	7.53
P4		6.61	7.44	6.70	7.51
P5		6.62	7.44	6.70	7.53
P6		6.61	7.44	6.70	7.51
P7		7.62	8.06	7.75	8.13
P8		7.59	7.98	7.66	8.13
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	4.91	5.09	5.01	5.20
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 7 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M4\_S1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.89	9.15	8.92	9.10
M2		6.56	6.71	6.64	6.80
M3		6.21	6.37	6.30	6.46
M4		6.93	7.07	7.01	7.15
M5		6.74	6.89	6.82	6.97
M6		6.98	7.12	7.06	7.20
M7		6.92	7.06	7.00	7.14
M8		6.92	7.06	7.00	7.14
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.82	8.98	8.98	9.06
V1		8.23	8.32	8.30	8.39
V2		5.04	5.22	5.14	5.33
V3		5.04	5.22	5.15	5.33
V4		8.23	8.32	8.32	8.40
P1		7.58	7.77	7.64	7.75
P2		7.83	7.88	7.74	8.03
P3		6.66	7.50	6.75	7.57
P4		6.65	7.50	6.73	7.57
P5		6.62	7.46	6.70	7.52
P6		6.62	7.44	6.70	7.51
P7		7.61	7.70	7.67	8.04
P8		7.77	8.05	7.70	7.79
Limites de Ditlevsen	Inferior	4.99	5.17	5.09	5.27
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.33

Tabela F. 8 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M4\_S2.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.84	9.04	8.98	9.05
M2		6.58	6.74	6.67	6.82
M3		6.30	6.46	6.39	6.54
M4		7.37	7.50	7.46	7.59
M5		6.33	6.49	6.42	6.58
M6		7.03	7.17	7.11	7.25
M7		6.95	7.09	7.03	7.17
M8		6.98	7.12	7.06	7.20
M9		6.60	6.75	6.68	6.83
M10		8.96	9.03	8.95	9.16
V1		8.13	8.33	8.23	8.31
V2		5.04	5.22	5.14	5.33
V3		5.04	5.22	5.14	5.33
V4		8.13	8.33	8.23	8.31
P1		7.58	8.07	7.66	7.77
P2		7.59	8.06	7.66	8.05
P3		6.62	7.44	6.70	7.51
P4		6.62	7.44	6.70	7.53
P5		6.62	7.44	6.70	7.51
P6		6.62	7.44	6.70	7.53
P7		7.58	8.07	7.66	7.77
P8		7.59	8.06	7.66	8.05
Limites de Ditlevsen	Inferior	4.91	5.09	5.01	5.20
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.33



Tabela F. 9 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M5\_S1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.89	9.01	8.98	9.05
M2		6.58	6.73	6.66	6.81
M3		6.91	7.06	6.99	7.14
M4		6.51	6.66	6.59	6.74
M5		7.02	7.15	7.10	7.23
M6		6.77	6.92	6.85	7.00
M7		6.89	7.04	6.97	7.12
M8		6.92	7.06	7.00	7.14
M9		6.59	6.74	6.67	6.82
M10		8.90	9.02	9.00	9.07
V1		8.16	8.23	8.22	8.39
V2		5.04	5.22	5.14	5.32
V3		5.05	5.23	5.15	5.33
V4		8.31	8.24	8.30	8.41
P1		7.65	7.69	7.63	8.01
P2		7.57	7.86	7.75	7.77
P3		6.66	7.51	6.74	7.58
P4		6.65	6.80	6.74	7.55
P5		6.62	7.46	6.70	7.51
P6		6.62	7.44	6.70	7.51
P7		7.60	8.05	7.68	8.04
P8		7.68	8.05	7.76	8.05
Limites de Ditlevsen	Inferior	5.04	5.22	5.14	5.32
	Superior	5.04	5.22	5.14	5.32

Tabela F. 10 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de M5\_S2.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		8.84	9.07	8.99	8.99
M2		6.59	6.74	6.67	6.82
M3		6.99	7.13	8.24	7.20
M4		6.27	6.43	6.36	6.52
M5		7.33	7.45	8.09	7.55
M6		6.34	6.50	6.43	6.58
M7		6.95	7.09	7.03	7.17
M8		6.98	7.13	7.07	7.20
M9		6.60	6.75	6.68	6.83
M10		8.92	9.01	8.98	9.02
V1		8.16	8.32	8.42	8.39
V2		5.05	5.23	5.15	5.33
V3		5.05	5.23	5.15	5.33
V4		8.16	8.32	8.42	8.39
P1		7.58	7.70	7.66	8.05
P2		7.59	8.06	7.68	7.79
P3		6.62	7.44	6.70	7.51
P4		6.62	7.44	6.70	7.53
P5		6.62	7.44	6.70	7.51
P6		6.62	7.44	6.70	7.53
P7		7.58	7.70	7.66	8.05
P8		7.59	8.06	7.68	7.79
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	4.91	5.10	5.07	5.20
	Superior	5.04	5.22	5.15	5.33

Na Tabela F.11 e F.12 são apresentados os índices de fiabilidade e respectivos Limites de Ditlevsen, para as situações de falha das vigas.

Tabela F.11 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de V1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		4.29	4.46	4.40	4.58
M2		0.00	0.00	0.00	0.00
M3		0.00	0.00	0.00	0.00
M4		0.00	0.00	0.00	0.00
M5		0.00	0.00	0.00	0.00
M6		0.00	0.00	0.00	0.00
M7		0.00	0.00	0.00	0.00
M8		0.00	0.00	0.00	0.00
M9		0.00	0.00	0.00	0.00
M10		4.29	4.46	4.40	4.58
V1		Removido	Removido	Removido	Removido
V2		3.02	3.10	3.16	3.26
V3		7.52	7.66	6.13	6.30
V4		8.33	8.40	8.32	8.50
P1		12.50	12.65	14.20	12.27
P2		12.50	12.65	14.20	12.27
P3		2.86	2.92	3.00	3.08
P4		2.86	2.92	3.00	3.08
P5		6.85	7.00	6.93	7.07
P6		6.85	7.00	6.93	7.07
P7		7.85	8.25	8.15	8.34
P8		7.85	8.25	8.15	8.34
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	----	----	----	----
	Superior	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabela F. 12 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de V2.

Elemento	Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
<b>M1</b>	5.76	5.93	5.85	6.02
<b>M2</b>	1.24	0.84	1.43	1.11
<b>M3</b>	1.32	0.96	1.51	1.22
<b>M4</b>	1.38	1.04	1.56	1.29
<b>M5</b>	1.45	1.13	1.63	1.39
<b>M6</b>	1.45	1.13	1.63	1.39
<b>M7</b>	1.38	1.04	1.56	1.29
<b>M8</b>	1.32	0.96	1.51	1.22
<b>M9</b>	1.24	0.84	1.43	1.11
<b>M10</b>	5.76	5.93	5.85	6.02
<b>V1</b>	5.26	6.83	5.35	5.53
<b>V2</b>	Removido	Removido	Removido	Removido
<b>V3</b>	3.21	3.30	3.34	3.45
<b>V4</b>	9.17	9.35	9.32	9.63
<b>P1</b>	4.17	4.34	4.29	4.46
<b>P2</b>	4.17	4.34	4.29	4.46
<b>P3</b>	17.52	17.53	21.05	17.73
<b>P4</b>	17.52	17.53	21.05	17.73
<b>P5</b>	3.24	3.35	3.38	3.50
<b>P6</b>	3.24	3.35	3.38	3.50
<b>P7</b>	8.81	8.56	8.56	8.98
<b>P8</b>	8.81	8.56	8.56	8.98
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	1.16	0.72	1.35
	Superior	1.24	0.84	1.43

Na Tabela F. 13 e F.14 são apresentados os índices de fiabilidade e respectivos Limites de Ditlevsen, para as situações de falha dos pilares.

Tabela F. 13 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de P1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		0.00	0.00	0.00	0.00
M2		0.19	0.00	0.44	0.00
M3		0.93	0.40	1.13	0.69
M4		1.82	1.64	1.99	1.86
M5		2.72	2.75	2.86	2.92
M6		3.53	3.66	3.66	3.80
M7		4.96	5.14	5.07	5.25
M8		5.27	5.45	5.37	5.55
M9		5.40	5.58	5.50	5.68
M10		4.83	5.01	4.93	5.11
V1		4.68	6.18	4.79	4.96
V2		3.79	3.93	3.91	4.06
V3		5.21	6.80	5.31	5.49
V4		8.40	8.34	8.26	8.44
P1		Removido	Removido	Removido	Removido
P2		4.68	6.18	4.79	4.96
P3		3.79	3.93	3.91	4.06
P4		5.21	6.80	5.31	5.49
P5		8.40	8.34	8.26	8.44
P6		6.94	7.08	7.02	7.16
P7		7.92	8.04	7.99	8.11
P8		8.03	8.34	8.29	8.47
Limites de Ditlevsen	Inferior	-0.54	-1.14	-0.29	-0.86
	Superior	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabela F. 14 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para remoção de P3.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		0.00	0.00	0.00	0.00
M2		0.32	0.00	0.55	0.00
M3		1.17	0.74	1.36	1.02
M4		2.03	1.91	2.19	2.12
M5		2.90	2.96	3.04	3.12
M6		3.68	3.83	3.81	3.96
M7		4.32	4.49	4.43	4.61
M8		5.82	5.99	5.91	6.08
M9		5.87	6.04	5.96	6.13
M10		5.90	6.07	5.99	6.16
V1		7.07	7.20	5.87	6.04
V2		4.32	4.49	4.43	4.61
V3		3.74	3.88	3.86	4.01
V4		8.62	8.64	8.65	8.74
P1		4.35	4.52	4.46	4.64
P2		7.04	7.18	6.92	7.25
P3		Removido	Removido	Removido	Removido
P4		5.93	6.10	6.02	6.19
P5		3.62	3.75	3.74	3.89
P6		5.72	6.46	5.82	6.54
P7		7.97	8.43	8.22	8.05
P8		7.99	8.40	8.07	8.16
Limites de Ditlevsen	Inferior	-0.23	-0.72	0.00	-0.78
	Superior	0.00	0.00	0.00	0.00

Na Tabela F. 15 e F.16 são apresentados os índices de fiabilidade e respectivos Limites de Ditlevsen, para as situações de falha na ligação viga-pilar.

Tabela F. 15 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para perda de rigidez na ligação V1-P1.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		9.01	9.06	9.05	9.19
M2		5.57	5.75	5.67	5.84
M3		5.59	5.76	5.68	5.85
M4		5.75	5.92	5.84	6.01
M5		6.00	6.17	6.09	6.26
M6		6.12	6.28	6.21	6.37
M7		6.06	6.23	6.15	6.31
M8		6.01	6.18	6.10	6.26
M9		6.46	6.62	6.54	6.70
M10		8.53	8.56	8.60	8.60
V1		8.04	6.72	6.65	6.80
V2		4.77	6.34	4.87	5.06
V3		5.03	5.21	5.13	5.31
V4		8.11	8.28	8.26	8.28
P1		11.16	11.39	11.39	11.37
P2		7.72	7.83	7.93	8.24
P3		6.27	7.05	6.36	7.13
P4		6.66	7.51	6.74	7.59
P5		6.61	7.43	6.69	7.52
P6		6.57	7.38	6.66	7.46
P7		7.59	8.05	7.70	7.80
P8		7.63	8.14	7.94	8.01
<b>Limites de Ditlevsen</b>	Inferior	4.77	5.20	4.87	5.05
	Superior	4.77	5.20	4.87	5.05

Tabela F. 16 - Índice de fiabilidade e limites de Ditlevsen para perda de rigidez na ligação V2-P3.

Elemento		Modelação A	Modelação B	Modelação C	Modelação D
M1		6.87	7.01	6.95	7.09
M2		5.07	5.25	5.17	5.35
M3		4.70	4.88	4.81	4.99
M4		4.60	4.78	4.71	4.89
M5		4.71	4.89	4.82	5.00
M6		4.88	5.06	4.98	5.17
M7		5.06	5.24	5.16	5.34
M8		5.35	5.53	5.45	5.62
M9		6.20	6.36	6.29	6.45
M10		8.55	8.49	8.45	8.56
V1		7.04	7.18	8.19	7.26
V2		3.98	4.13	4.10	4.26
V3		4.52	4.70	4.63	4.81
V4		8.21	8.30	8.18	8.37
P1		7.29	7.41	8.04	7.49
P2		7.72	7.77	7.63	7.91
P3		9.72	10.12	9.80	10.01
P4		6.63	7.50	6.71	7.57
P5		5.97	6.14	6.06	6.81
P6		6.47	7.29	6.56	7.36
P7		7.73	8.08	7.68	8.06
P8		7.74	8.19	7.84	7.95
Limites de Ditlevsen	Inferior	3.97	4.12	4.08	4.25
	Superior	3.97	4.13	4.09	4.26